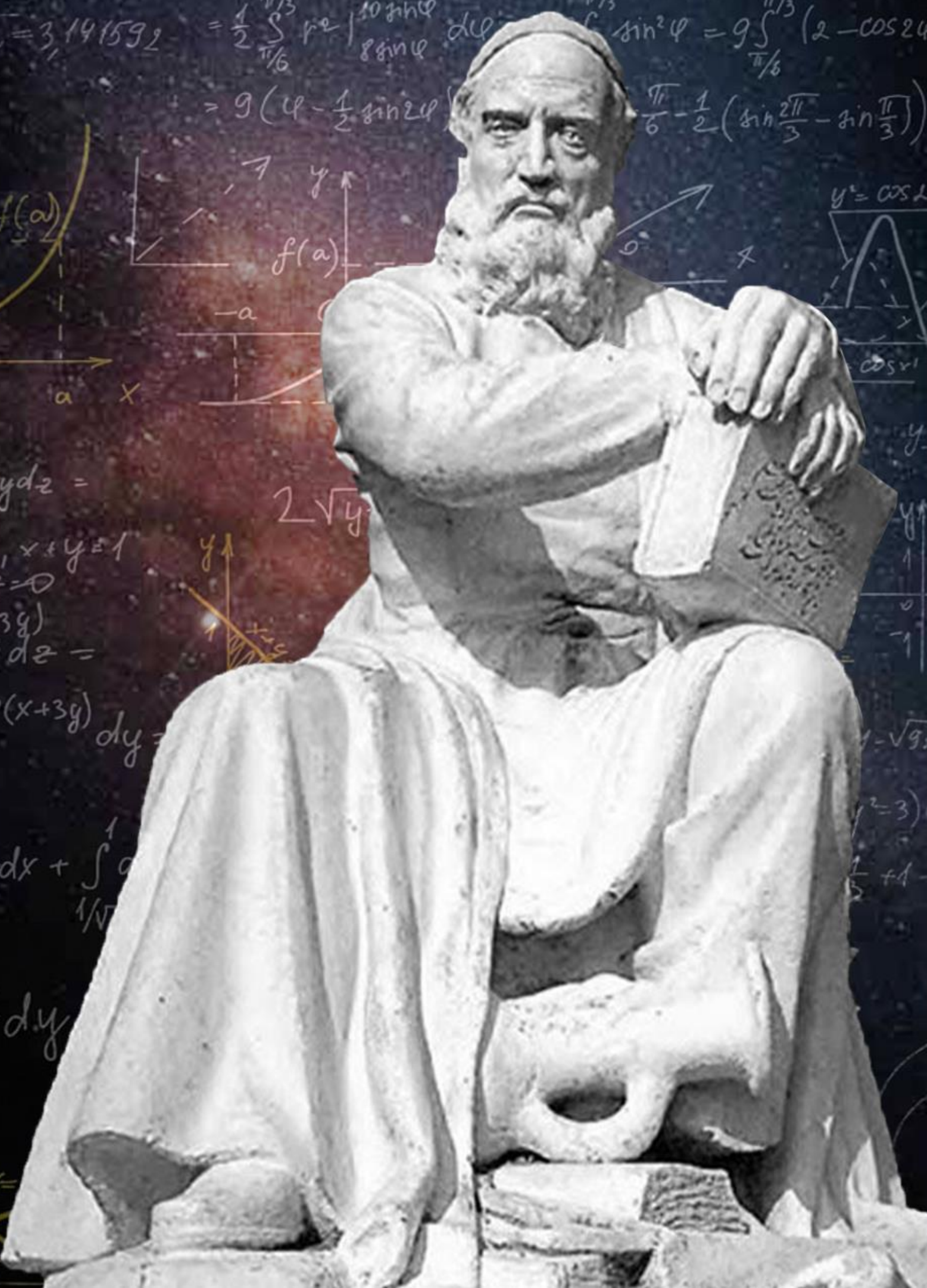
# رادیکال

**فصلنامه انجمن علمی دانشجویی ریاضی دانشگاه الزهرا (س)**
**ویژه‌نامه بزرگداشت خیام و**
**دومین نمایشگاه راز و رمز هندسه**
**پاییز ۱۴۰۳**



# رادیکال ۲

**ویژه‌نامه بزرگداشت خیام و دومین نمایشگاه راز و رمز هندسه**
**پاییز ۱۴۰۳**


صاحب امتیاز: انجمن علمی دانشجویی ریاضی دانشگاه الزهرا (س)
مدیر مسئول: الهه حکیمی خشکبیجاری
سردبیر: ستایش پازکی دماوندی
ویراستار: نگار سلیمانی، زهرا براتی
استاد راهنما: سرکار خانم دکتر فاطمه آهنگری
هیئت تحریریه: پانیذ اردکانی ثابت، آیدا رجب لاریجانی، مطهره شیرزاده، زینب رهنمایی، حانیه فاتح‌نیا، مبینا مجاوری، فاطمه موسوی، عارفه جانبازی، سحر محبوبی بنیس، رویا حمزه ترکمانی، زهرا محمدی کرمجوان، غزل صدقی آزاد، نیلوفر رحمن‌پور، زینب عبداللهی، مهشید خلیلی، فائزه محمدی
صفحه‌آرا: نگار سلیمانی، الهه حکیمی خشکبیجاری
طراح جلد: نگار سلیمانی

# فهرست

# ماهیت فرکتال و کاربرد آن در طبیعت و معماری

پانیذ اردکانی ثابت، آیدا رجب لاریجانی

فراکتال ساختاری هندسی است که با بزرگ‌کردن هر بخش از این ساختار به نسبت معین همان ساختار نخستین به دست آید. به گفتاری دیگر، فراکتال ساختاری است که هر بخش از آن با تمامش همانند است. فراکتال از دور و نزدیک یکسان دیده می‌شود. به این ویژگی خودهمانی می‌گویند. فراکتال‌ها شکل‌هایی هستند که بر خلاف شکل‌های هندسی اقلیدسی به‌هیچ‌وجه منظم نیستند و میزان بی‌نظمی آن‌ها در همه مقیاس‌ها یکسان است. فراکتال (fractal) از واژه لاتین fractus یا fractum به معنی شکسته گرفت شده است که بیانگر یکی از شناسه‌های اصلی آن یعنی -بخش‌شدنی- است. فرهنگستان زبان فارسی واژه برخال را تصویب کرده و همچنین برای واژه فراکتالی واژه برخالی را تصویب کرده است که از واژه برخ به معنی بخش و قسمت و **پسوند –ال** (مانند چنگال) تشکیل شده است که با واژه فراکتال هم‌معنی است.

**فراکتال از دیدگاه هندسی:**

اشکال اقلیدسی با استفاده از توابع ایستا تولید می‌شوند؛ ولی اشکال فراکتال با فرآیندهای پویا تولید می‌شوند. فرآیندهای پویا، فرآیندهایی هستند که دارای حافظه هستند و رفتار آن‌ها به گذشته بستگی دارد. شکل فراکتال، دارای خاصیت خودهمانی است. طول این اشیاء بی‌نهایت است که در فضای محدود، محصور شده‌اند. مجموعه‌های فراکتالی، از زیر مجموعه‌هایی تشکیل شده‌اند که این زیر مجموعه‌ها، شبیه مجموعه‌های بزرگ‌تر هستند. مجموعه‌های فراکتال قابلیت توصیف ریاضی بسیاری از اشکال پیچیده و به‌ظاهر نامنظم را در طبیعت دارند و به همین جهت، می‌توان فراکتال در معماری را بیان هندسی ریاضی از طبیعت در معماری دانست.

**فراکتال از دید هندسی به شیئی گویند که دارای این چهار ویژگی باشد:**

- **دارای خاصیت خودهمانی باشد.**
- **در مقیاس خرد، بسیار پیچیده باشد.**
- **بعد آن، یک عدد صحیح نباشد.**
- **تکرار شوندگی و تعادل داشته باشد**

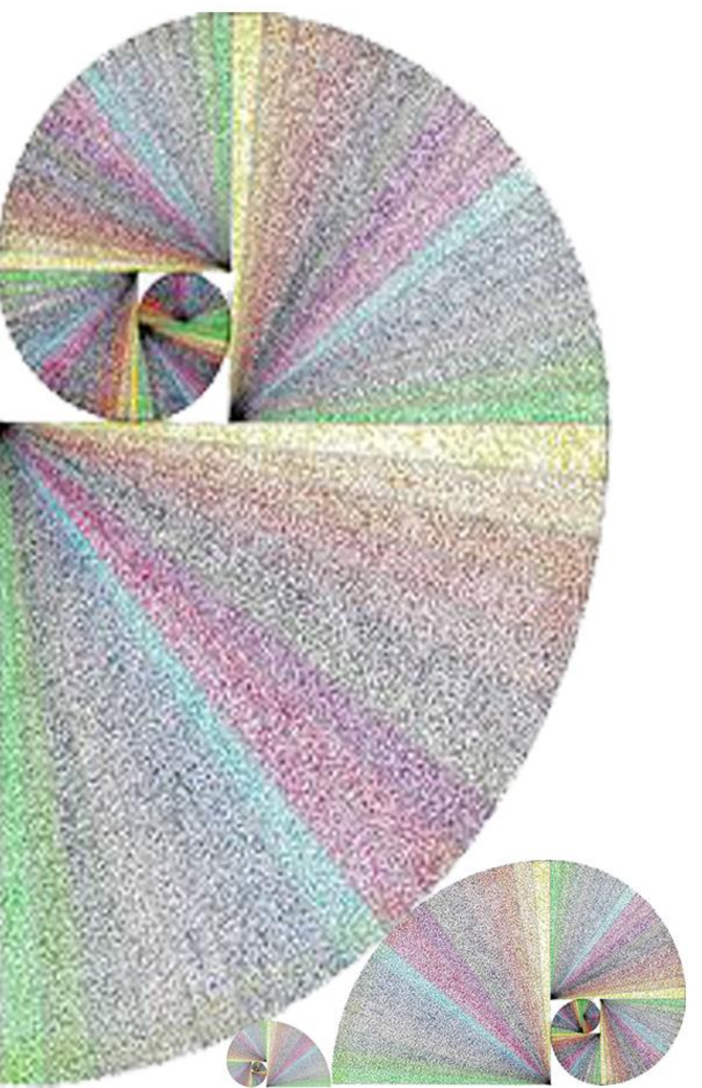
**فراکتال از دیدگاه معماری:**

دلایل مختلفی برای شکل‌گیری معماری فراکتال بیان شده است. برخی از محققان، هندسه فراکتال را به‌عنوان یک ابزار خلاقانه ترویج کرده‌اند. به‌عنوان‌مثال، کارل بویل از ریتم‌های فراکتال که توسط جابه‌جایی نقطه میانی ایجاد می‌شود، برای ایجاد طیف گسترده‌ای از سازمان‌های معماری، مانند شبکه‌های برنامه‌ریزی، پنجره‌های نواری، کاهش نویز و غیره استفاده می‌کند. در معماری بومی، فرآیند ظهور فراکتال، شهودی و غیرارادی است. در معماری فراکتال، انسان با الهام از تناسبات و روابط هماهنگ طبیعت، به‌سادگی از آنچه فراکتال‌های طبیعی نامیده می‌شود، کپی می‌کند.

دیگر کاربردهای فراکتال‌ها:

- **ریه‌های انسان**
- **سیستم قلبی عروقی**
- **سیستم عصبی انسان**
- **سلول‌های انسانی**
- **نورون‌های مغز**

بسیاری از دانشمندان دریافته‌اند که هندسه فراکتالی ابزاری قدرتمند برای کشف اسرار طیف گسترده‌ای از سیستم‌ها و حل مسائل مهم در علوم کاربردی است و به همین دلیل، تعداد سیستم‌های فیزیکی فراکتال شناخته شده به‌سرعت درحال‌رشد است. فراکتال‌ها دقت ما را در توصیف و طبقه‌بندی اشیای تصادفی یا ارگانیک بهبود بخشیده‌اند، اما شاید هنوز کامل نباشند. شاید آن‌ها فقط به دنیای طبیعی ما نزدیک‌تر شده‌اند و هنوز خود آن نیستند. برخی دانشمندان هنوز بر این باورند که واقعیت تصادفی بودن است و هیچ معادله ریاضی قادر نیست آن را به طور کامل توصیف کند. هرچند، نمی‌توان گفت کدام گفته درست است. شاید برای بسیاری از افراد فراکتال‌ها هرگز چیزی بیش از تصاویری زیبا نباشند.

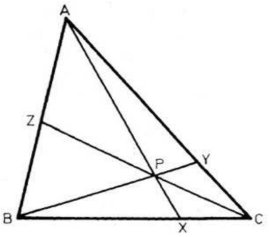


# درآمدی بر قضایای کاربردی مثلث‌ها

مطهره شیرزاده

در میان اشکال هندسی، مثلث‌ها انعطاف‌پذیرترین چندضلعی هستند. قضایای بسیار مهم و اساسی در رابطه با مثلث‌ها مطرح شده‌اند. این قضایا پایه و اساس طراحی پرسپکتیو هستند که کاربرد فراوانی در معماری مدرن و نقاشی‌ها دارند از دیگر کاربردهای آن‌ها می‌توان به طراحی صنعتی، قطعات مکانیکی و همچنین طراحی نقوش فرش‌های ایرانی نیز اشاره کرد. قضیه سینوس‌ها، ژان سوا و اشتینر لموس از جمله این قضایا هستند که در معماری و صنعت به طور بنیادی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

## قضیه ژان سوا:




اگر در مثلث ABC سه خط سوایی AX,BY و CZ در نقطه P متقارب باشند داریم:

$$\frac{BX}{XC}\cdot\frac{CY}{YA}\cdot\frac{AZ}{ZB}=1$$

خط سوایی: هر خط که یک رأس مثلث را به نقطه‌ای از ضلع روبه‌روی آن وصل کند خط سوایی نامیده می‌شود.

اثبات:

$$\frac{BX}{XC}=\frac{S(ABX)}{S(AXC)}=\frac{S(PBX)}{S(PXC)}=\frac{S(ABX)-S(PBX)}{S(AXC)-S(PXC)}=\frac{S(ABP)}{S(CAP)}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{AZ}{ZB}=\frac{S(CAP)}{S(BCP)}\qquad \frac{CY}{YA}=\frac{S(BCP)}{S(ABP)}$$

در نتیجه از ضرب نظیر به نظیر طرف‌های رابطه داریم:

$$\frac{BX}{XC}\cdot\frac{CY}{YA}\cdot\frac{AZ}{ZB}=\frac{S(ABP)}{S(CAP)}\cdot\frac{S(BCP)}{S(ABP)}\cdot\frac{S(CAP)}{S(BCP)}=1$$

عکس قضیه ژان سوا نیز برقرار است.

## قضیه اشتینر لموس:

اگر نیمسازهای دو زاویه داخلی مثلثی باهم برابر باشند، آن مثلث متساوی‌الساقین است.

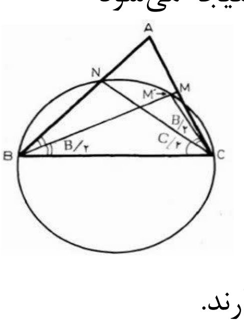
این مسئله سال ۱۸۴۰ از طرف لموس برای ریاضی‌دان بزرگ سوئیسی اشتینر فرستاده شده و حل هندسی آن از او خواسته شده بود. اشتینر حل بسیار پیچیده‌ای برای آن ارائه داد و این باعث شد بسیاری دیگر از ریاضی‌دانان در جستجوی حل ساده مسئله برآیند. به طور منظم در صدسال اخیر و سال‌های قبل‌تر، این مسئله تحت‌عنوان «قضیه اشتینر-لموس» در مجله‌های ریاضی مورد بحث بوده است.

یکی از روش‌های ساده حل این مسئله با استفاده از دو لم زیر است:

لم ۱: اگر در یک دایره دو وتر روبه‌رو به دو زاویه حاده محاطی نابرابر باشند، آن وتر که بزرگ‌تر است روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر است.

لم ۲: اگر دو زاویه از مثلثی نابرابر باشند، نیمساز زاویه کوچک‌تر از نیمساز زاویه دیگر، بزرگ‌تر است.

برای اثبات قضیه روش برهان خلف را به‌کار می‌گیریم. اگر $B\neq C$ باشد، بنا به لم قبل نتیجه می‌شود $CN\neq BM$ ، اما داریم BM=CN بنابراین گزاره $B\neq C$ غلط است، یعنی B=C.




نسبت‌های قضیه سینوس‌ها، نسبت‌های بیان شده در قضیه ژان سوا و همچنین مثلث متساوی‌الساقین اثبات شده در قضیه اشتینر لموس به‌ظاهر ساده هستند، اما از مسائل بسیار بنیادی و مهمی هستند که کاربردهای گسترده‌ای در معماری و طراحی صنعتی دارند.

# بررسی پارادوکس باناخ–تارسکی و پیامدهای آن در دنیای بی‌نهایت

زینب رهنمایی

در طول تاریخ موضوع ساخت و بازتولید مواد مختلف از هم، موردتوجه دانشمندان و صنعتگران بوده است و حتی می‌توان بخش‌هایی از ریشه درس شیمی، کیمیاگری، را مطالعه همین مقوله دانست: تلاش برای ساخت طلا و تبدیل مواد دیگر مثل مس به طلا. بحث کنونی ما نیز از این موضوع دور نیست، چه‌بسا خواندن این مطالب برای هر کیمیاگری مسرت‌بخش است؛ چراکه بحث ما چگونگی ساخت چندین نسخه مشابه از یک جسم واحد، بدون اضافه‌کردن حجم یا جرم است.

## الف) بی‌نهایت و نهایت آن:

می‌توان به‌صورت کلی‌تر بی‌نهایت را اندازه‌ای که دائماً زیادتر (یا گاهی دائماً کمتر) می‌شود فرض کنید. یک مثال جالب آن، قضیه «هتل هیلبرت» است. هتلی را فرض کنید که به تعداد بی‌نهایت و شمارا اتاق دارد، اگر در همه اتاق‌ها یک مهمان قرار گرفته باشد، به نظر می‌رسد که ظرفیت هتل تکمیل است و جا برای مهمان دیگری نیست، اما در حقیقت این هتل جا برای پذیرش بی‌نهایت مهمان دیگر نیز دارد! هنگام حضور مهمان جدید کافی است از هر مهمان ساکن درخواست کنید که به اتاق بعدی برود، یعنی مهمان اتاق اول به اتاق دوم، اتاق دوم به اتاق سوم و به همین ترتیب برای تمام مهمان‌ها، زمانی که انتقال پایان رسید اتاق اول خالی است و آماده پذیرایی از مهمان جدید است!

در این مثال تعداد اتاق‌های ما شمارا بودند، این یعنی شما می‌توانید در راهروهای هتل قدم بزنید و از اتاق اول شروع به شمردن اتاق‌ها کنید. بدیهی است که بعد از اتاق اول اتاق دوم است و بعد از آن اتاق سوم. این شمارش هرگز به پایان نمی‌رسد و تمام عمر باقی‌مانده شما در میان راهروهای هتل سپری خواهد شد؛ اما با وجود زمان‌بربودن، عمل شمارش ممکن است.

## ب) شمردن بی‌پایان و پایان شمردن:

از طرف دیگر تصور کنید که می‌خواهید تعداد اعداد بین دو عدد را بشمارید. مثلاً آیا می‌دانید بین صفر و یک چند عدد وجود دارد؟ واضح است که زمینه بررسی ما اینجا اعداد حقیقی است؛ چراکه اگر منظور اعداد طبیعی بود، جواب سؤال صفر می‌شد. بااین‌وجود احتمالاً پاسخ شما بی‌نهایت است و البته بی‌نهایت پاسخی درست است؛ اما پاسخ کاملی نیست. فرق بین بی‌نهایت اعداد طبیعی، همان بی‌نهایتی که در هتل هیلبرت دیدیم، با بی‌نهایت اعداد حقیقی بین صفر و یک آن‌قدر مهم و اثرگذار است که لازم است بین آن‌ها تفاوت قائل شد. اگر تلاش کنید اعداد بین صفر و یک را بشمارید، پس از برداشتن قدم اول و شروع‌کردن از عدد صفر، هیچ قدم دیگری برای برداشتن نمی‌ماند! بعد از صفر چه عددی را می‌شمارید؟ هر عددی که انتخاب کنید، عددی هست که از آن کوچک‌تر است و به‌این‌ترتیب شما نمی‌توانید بدون جاگذاشتن اعدادی در میان اعداد دیگر، شمارش را کامل کنید و لذا به‌صورت کلی، شمارش ناممکن است. به چنین بی‌نهایتی که حتی به شما امکان شمردن را نمی‌دهد، بی‌نهایت ناشمارا گوییم.

### ج) خلأ دائماً پر شونده:

اگر در یک مجموعه بی‌نهایت تعداد اعضا بی‌پایان است، پس نقش یک تک عضوی در آن چیست؟ اگر به بی‌نهایت یک نقطه اضافه کنیم یا یک نقطه از آن کم کنیم، آیا مجموعه باقی‌مانده هنوز بی‌نهایت است؟ می‌دانیم که هر دایره شامل بی‌نهایت نقطه در محیط خود است، اگر یکی از این نقاط را برداریم و از شکل خارج کنیم، چه اتفاقی رخ می‌دهد؟ بی‌نهایت به ما نشان می‌دهد که چنین کاری هیچ تأثیری بر دایره ندارد! محیط دایره یک مقدار گنگ است، اگر از نقطه خالی شروع کنید و به فاصله‌ای به‌اندازه r، نقطه‌های دیگری را مشخص کنید، هرگز دوباره به یک نقطه نمی‌رسید و لذا تعداد نقطه‌هایی که می‌توانید مشخص کنید، بی‌نهایت و شمارا است؛ درست مثل اتاق‌های هتل هیلبرت. حال همان‌طور که در هتل عمل کردیم، با چرخاندن اولین نقطه مشخص شده در جهت خلاف عقربه‌های ساعت، به نقطه خالی می‌رسیم و به این شکل آن را پر می‌کنیم. برای جای خالی جدیدی که ایجاد شده، به طور مشابه نقطه مشخص شده دوم را چرخانده و جای خالی نقطه اول را پر می‌کنیم. به‌این‌ترتیب هر نقطه خالی، قابل‌پرشدن است و این نتیجه‌گیری در طرح مسئله باناخ-تارسکی کلیدی است: در بی‌نهایت، هر خلأ می‌تواند دائماً پر شود!

### صورت مسئله باناخ-تارسکی و تحلیل ساختار کره:

با داشتن یک کره توپر در یک فضای سه‌بعدی، روشی برای تجزیه این شکل به تعداد متناهی زیرمجموعه مجزا وجود دارد، به‌طوری‌که بعداً با کنار هم قراردادن زیرمجموعه‌ها به روشی متفاوت، می‌توان به دو نسخه یکسان از کره اولیه دست یافت. قابل‌توجه است که هنگام کنار هم قراردادن دوباره، اجازه اضافه‌کردن نقاط را نداریم و فقط طوری که شکل اصلی تغییر نکند، می‌توانیم نقاط را بچرخانیم و جابه‌جا کنیم. می‌توان با فرض‌کردن یک مسیر برای هر نقطه، نقاط کره را دسته‌بندی کرد. منظور از مسیر این است که نقطه مرکز در درون کره را فرض می‌کنیم و با «قدم‌هایی» به طول مناسب، اجازه چرخش به سمت بالا، پایین، چپ یا راست و یا هر ترکیب دیگری از این انواع چرخش را داریم . واضح است تا زمانی که از مسیر حرکت خود بازنگردید، هرگز به یک نقطه دو بار نخواهید رسید و هر نقطه یک مسیر خاص دارد. با این حساب آماده دسته‌بندی نقاط بر حسب آخرین چرخش آن‌ها هستیم:

۱. نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به راست است.

۲. نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به چپ است.

۳. نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به بالا است.

۴. نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به پایین است.

با کمی دقت می‌توان دید که دسته‌بندی هنوز کامل نیست، چراکه نقاط یک کره، ناشمارا هستند؛ اما نقاطی که ما دسته‌بندی کردیم شمارا هستند! برای تکمیل دسته‌بندی کافی است از بین نقاطی که در نظر نگرفتیم، یک نقطه شروع جدید فرض کنیم و عملیات نام‌گذاری را برای تمام نقاطی که حرکت آن‌ها از این نقطه شروع می‌شود، انجام دهیم. پس از اتمام، برای تمام نقاط جاگذاشته شده دیگر این کار را تکرار می‌کنیم و بدون شک حالا تعداد بی‌نهایت ناشمارا نقطه با مسیر خاص داریم. یک دسته نقاط قابل‌توجه هنوز مرتب نشده‌اند: قطب‌ها. هر سری حرکت دو قطب می‌شود. مشکل چنین قطب‌هایی این است که به یک سری حرکت خاص تعلق ندارند و برای رسیدن به آن‌ها چندین راه وجود دارد. لذا در چندین دسته تکرار می‌شوند. برای رسیدگی به این مشکل، نقاط قطب را در گروه جدای خود قرار داده و از مجموعه نقاط قبلی حذف می‌کنیم. پس حالا می‌توانیم دسته‌بندی خود را کامل کنیم:

۵. نقطه مرکز شروع حرکت

۶. نقاط شروع حرکت دیگر

۷. قطب‌ها

## حل پارادوکس باناخ-تارسکی:

دسته نقاط دوم را در نظر بگیرید، نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به چپ است، اگر تمام نقاط این دسته را به راست بچرخانیم، این چرخش به راست آخرین چرخش که به چپ بود را خنثی کرده و با این حساب نقاط باقی‌مانده دیگر نقاطی نیستند که آخرین چرخش آن‌ها به چپ بود، بلکه تمام نقاطی که آخرین چرخش آن‌ها به بالا، پایین و چپ بود در این مجموعه ظاهر شده‌اند! به‌علاوه نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها مسیری لازم نیست، یعنی نقاط شروع حرکت نیز در این مجموعه وجود دارد. به این شکل، فقط با چرخش یک قسمت از کره، قسمت‌های دیگری از آن را به دست آوردیم. کافی است مجموعه نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به راست است و نقطه مرکزی و قطب‌ها را به شکل چرخانده شده اضافه کنیم. حال شکل ما تمام دسته‌بندی نقاط را در درون خود دارد. درواقع کره اولی را از نو ساختیم و حتی قسمت‌هایی از آن را اضافه آوردیم: مجموعه نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به سمت چپ، بالا یا پایین است و نقاط شروع حرکت اضافه مانده است.

برای تکمیل مسئله کافی است با ۳ قسمت باقی‌مانده راهی پیدا کنیم تا نسخه دیگری را از کره بسازیم. برای شروع مجموعه نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین چرخش به سمت بالا بود را به سمت پایین می‌چرخانیم و مشابه چرخش قبلی، تمام نقاط شروع حرکت و نقاطی که برای رسیدن به آن‌ها آخرین حرکت بالا، چپ یا راست بود ظاهر می‌شود. با اضافه‌کردن نقاطی که آخرین چرخش برای رسیدن به آن‌ها پایین است، کره ما تقریباً تکمیل شده و فقط نقاط قطب و نقطه مرکزی را کم داریم. برای پر کردن جای خالی قطب‌ها و نقطه مرکزی، کافی است در نظر بگیریم که هر نقطه روی کره و نقطه مرکزی، روی محیط یک دایره قرار دارد و با چرخاندن یک دایره به‌اندازه مناسب، هر نقطه خالی روی آن پر می‌شود. پس درمجموع ما موفق شدیم یک کره را به ۷ قسمت تقسیم کرده و با چرخش و چیدن متفاوت، دو نسخه از کره به دست آوریم!

متأسفانه پرسش امکان تحقق این پارادوکس، هنوز پاسخ قطعی ندارد؛ اما این در دنیای ریاضیات چیزی جدید نیست. ریاضی‌دانان همواره در تاریخ به نتیجه‌گیری‌هایی مجرد و عجیب رسیده‌اند که در زمان خود در دنیای واقعی قابل‌پیاده‌سازی نبوده و گاهی سالیان سال بعد، دانشمندان علوم دیگر به صحت آن نتیجه رسیده‌اند و پیش‌بینی ریاضی را تأیید کرده‌اند. بااین‌وجود نظرات دلگرم‌کننده‌ای نیز در این حوزه وجود دارد، مثلاً اینکه چگونه توضیحی مشابه آنچه در این مسئله دادیم، می‌تواند توجیه‌کننده علت فروپاشی ذرات اتمی در انرژی بالا و سپس تبدیل آن به تعداد بیشتری از ذرات باشد. انسان موجودی متناهی با ذهنی نامتناهی است و در تقابل این دو بعد وجودی، ریاضیات ندای جهان وسیع‌تری را می‌دهد که اگرچه همیشه در دسترس نیست، اما همیشه دسترسی شما به مرزهای بعدی علم را ممکن می‌کند.

# هندسه مقدس در طبیعت و معماری ایرانی

حانیه فاتح‌نیا

## هندسه مقدس در الگوها:

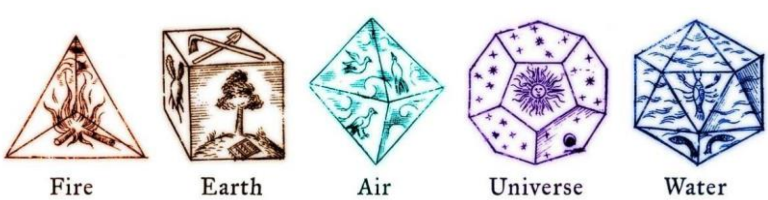
برای معمار سنتی، الگوهای هندسی مانند صورت‌های کثرت در وحدت است. الگوهای تکرارشونده نماد ایده لایتناهی و بی زمانی است. زیبایی و هماهنگی‌ای که در الگوهای هندسی مشاهده می‌شود، یک نظم هندسی بالاتر و عمیق‌تر؛ یعنی قوانین کیهانی را منعکس می‌کند. انسان روحانی در صدد کشف الگوهای هندسی به‌عنوان وسیله درک و رسیدن به خداوند است.

## نسبت طلایی:

یک نسبت ریاضی است که در طبیعت نیز به‌وفور یافت می‌شود. نسبت زرین که میانگین زرین تناسب الهی برش مقدس و... نامیده می‌شود، یک نسبت مافوق عقلی یا متعالی است که در اشکال بنیادی پیدا می‌شود. این نسبت را معمولاً با حرف یونانی $\Phi$ نشان می‌دهند که این به‌خاطر فیدیاس، مجسمه‌ساز آتنی و مدیر هنری ساخت پارتنون است که اعتقاد بر این است که از نسبت زرین در کارش استفاده نمود. گرچه نسبت زرین قبل از هر چیز یک تناسب است و نه یک عدد از نظر کمی، اما تقریباً مساوی ۱.۶۸ است.

## اجسام افلاطونی:

در تیمالوس افلاطون روشی را که آفریننده الهی از آن طریق جهان دیدنی را ساخت شرح می‌دهد و بعد پنج عنصر به اجسام بنیانی که اجسام افلاطونی نامیده می‌شوند، نسبت داده می‌شود. این‌ها تنها چند وجهی‌های منتظم ممکن هستند که وجوه آن‌ها، چند ضلعی‌های منتظم و یکسان هستند. چهاروجهی با چهار وجه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع، مکعب با شش وجه مربع‌شکل، هشت‌وجهی با هشت وجه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع، دوازده‌وجهی با دوازده وجه به شکل پنج‌ضلعی منتظم و بیست‌وجهی با بیست وجه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع.



## تحلیل هندسی بناهای تاریخی:

تحلیل هندسی بسیاری از بناهای تاریخی ایرانی ثابت کرده است که از دانش کاملی از تناسبات به‌ویژه نسبت زرین به طور وسیعی در معماری ایرانی استفاده شده است و این اساس زیبایی‌شناسی ایرانی بوده است. در بسیاری از بناهای ایرانی پلان و مقطع قائم در چهارچوبی از مربع‌ها و مثلث‌های متساوی‌الاضلاع طراحی می‌شد که محل تقاطع آن‌ها همه نقاط ثابت مهم نظیر عرض و ارتفاع درها، عرض، طول و ارتفاع سالن‌ها، موقعیت کتیبه‌ها و غیره را مشخص می‌کرد؛ بنابراین اندازه هر قسمت به‌وسیله تناسب معینی به هر قسمت دیگر مرتبط بود؛ لذا یک ساختمان مجموعه‌ای از اجزای غیرمتجانس نبود؛ بلکه ترکیبی هماهنگ و موزون از اجزا با ارتباطات متناسب بود که به فضا حرکت و به چشم آرامش می‌داد. برای مثال تحلیل هندسی نشان می‌دهد که دانش کاملی از نسبت زرین در پلان تخت‌جمشید به‌کاررفته است.

یادآوری می‌شود که پنج‌ضلعی شامل نسبت زرین، شکل وجوه جسم افلاطونی دوازده‌وجهی است که نماد کیهان یا اثیر است. پنج‌ضلعی در ارتباط متقابل با پنج‌رأسی و مارپیچ است و همه این‌ها نماد وجود کیهان عشق جهانی و تجدید حیات هستند. این مفاهیم را می‌توان از طریق الگوهای معماری اسلامی ایران توضیح داد. یک ترکیب از الگوهای هندسی و خطاطی با استفاده از کاشی در دیواری در مسجد جامع یزد موجود است. همان‌طوری که کریچلو در مورد الگوی هندسی مشابهی در مسجد جامع اصفهان بیان می‌کند این شکل ده عدد پنج‌ضلعی محیطی با یک پنج‌رأسی ستاره پنج‌پر در داخل را نشان می‌دهد که به‌صورت متقارن دور یک ستاره ده پر قرار گرفته‌اند و پرهای این ستاره بر اساس تناسب میانگین زرین با ضلع پنج‌ضلعی مرتبط هستند. نام مقدس محمد (ص) انسان کیهانی یا الهی حول یک ستاره پنج‌پر چرخیده است.

# از همرسی و همخطی تا پرسپکتیو و معماری مدرن

مبینا مجاوری

می‌توان گفت علم بنیادین فرم‌ها و نظم هندسی موجود در آن‌ها وارد پروسه ساخت و طراحی معماری شده است. ساخت یک اثر معماری با المان‌ها و ارتباطات میان آن‌ها آغاز می‌گردد. هندسه می‌تواند بر این روند از طریق تعامل با فرم‌ها و اشکال هندسی به‌عنوان المان‌های اصلی در این پروسه و همچنین تناسبات، زوایا و تغییر شکل‌ها به‌عنوان ارتباطات موجود میان المان‌های مطرح شده، تأثیرگذار باشد. ساختارها و سازه‌ها اساس و پایه پروسه ساخت را شکل می‌دهند. سازه‌ها در واقع سیستم‌های کلی نظم‌دهنده‌ای هستند که از اصول علمی متنوعی پیروی می‌کنند.

- هارمونی به‌عنوان یک اصل در روند شکل‌گیری یک اثر هنری

مفهوم هارمونی به‌عنوان یک اصل بنیادین در شکل‌گیری آثار هنری در تاریخچه معماری مطرح است. تولید آثار هنری بر اساس هماهنگی، هارمونی و نظم به‌عنوان مباحث مرتبط با مقوله زیبایی‌شناختی صورت می‌گیرد.

- فیثاغورس

در دیدگاه فیثاغورس تمام رویدادها تحت‌تأثیر اصولی کلی رخ می‌دهند. یک اصل می‌تواند در شکل‌گیری یک اثر هنری مطرح گردد، اگر نظم موجود در قواعد ریاضی را در نظر داشته باشد. حساب، هندسه، ستاره‌شناسی و موسیقی، علوم چهارگانه‌ای هستند که کاملاً بر مبنای قواعد کلی فوق‌الذکر شکل‌گرفته‌اند. فیثاغورس متقاعد شده بود که هارمونی و تمام موضوعات و اصول موجود در جهان هستی می‌تواند از طریق اعداد و قواعد ریاضی به‌خوبی درک شود.

- کپلر

هارمونی به‌عنوان مفهومی که در تمامی علوم و در سراسر جهان مطرح است، در کتاب «هارمونی در جهان» اثر یوهانس کپلر نیز بیان شده است. یوهانس کپلر (۱۵۷۱-۱۶۳۰) که یک دانشمند، ستاره‌شناس و ریاضی‌دان مشهور است، مفهوم هارمونی را بر اساس هندسه، خصوصاً احجام افلاطونی بیان می‌کند.

• نسبت طلایی

اصول بنیادین هارمونی که از طبیعت نشأت گرفته و در هنر، معماری و موسیقی به کار برده می‌شوند، به‌خوبی در نسبت طلایی قابل‌مشاهده هستند. مفهوم نسبت طلایی نشان‌دهنده سازگاری دو مبحث طراحی و هندسه است.

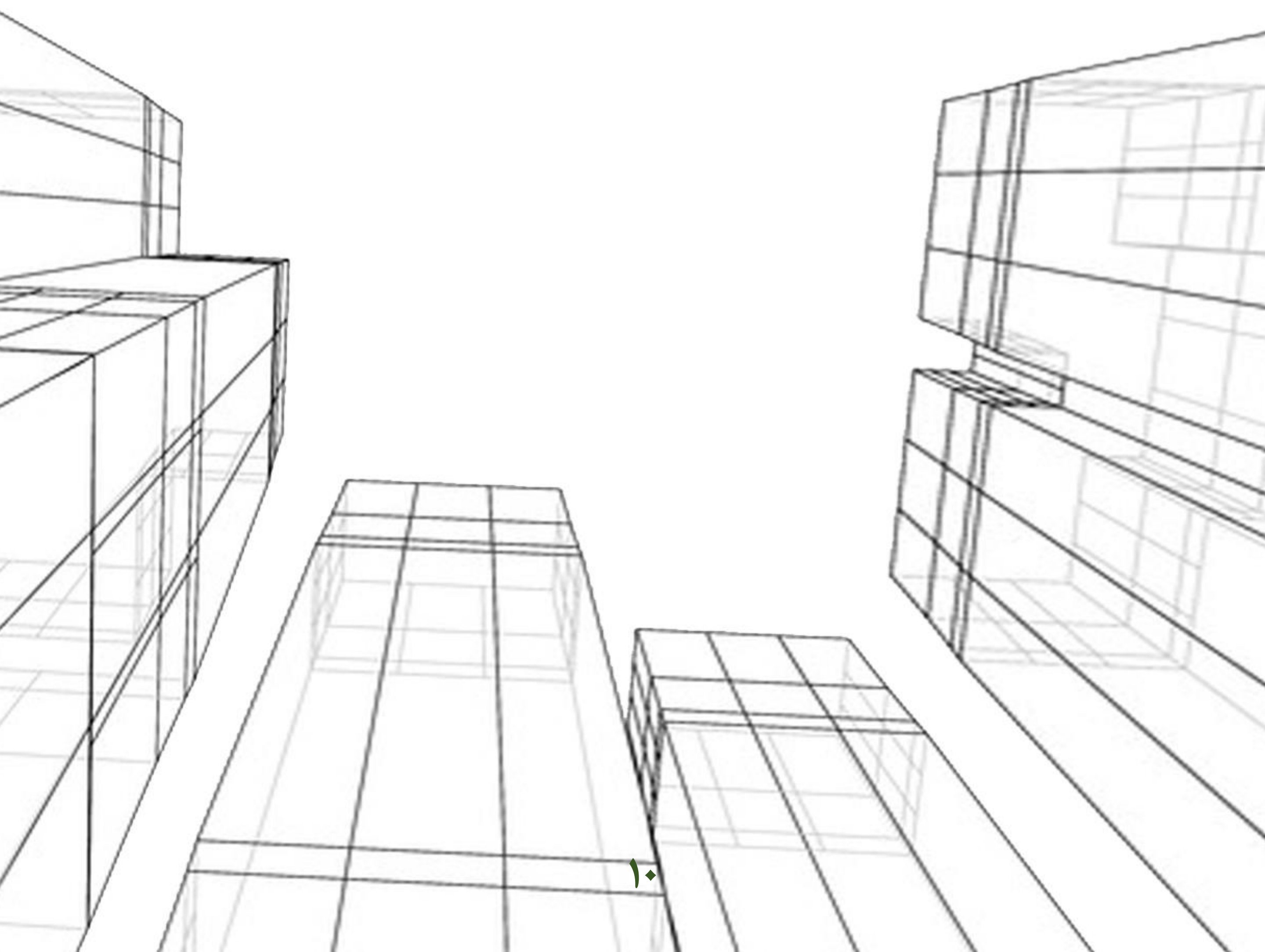
- تقارن و تغییر شکل

یک مفهوم بنیادین دیگر در تاریخچه معماری کانسپت تقارن است که ارتباطی تنگاتنگ با مفهوم هارمونی دارد.

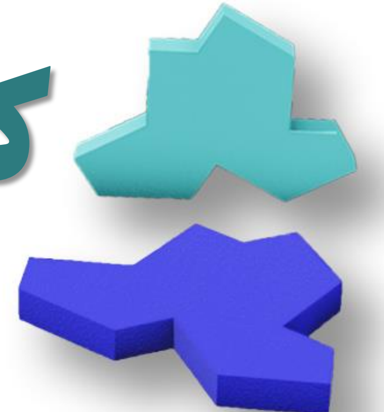
- کانسپت‌های فضایی هندسی و معماری

فضای معماری بر اساس یک کانسپت فضایی هندسی شکل می‌گیرد. خصوصاً در پروسه طراحی، معماری در ارتباط با فضای هندسی تعریف می‌شود.

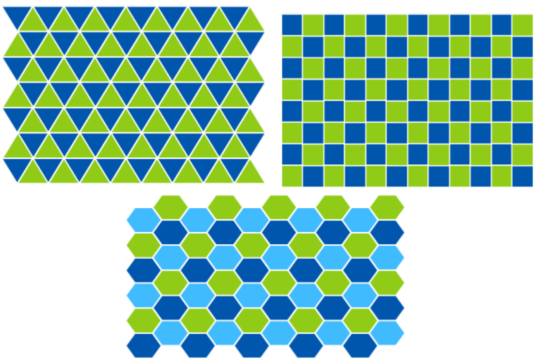
ارتباط میان طراحی معماری و هندسه با مفهوم هارمونی به‌عنوان اصلی حاکم بر تمام علوم و مخلوقات، آغاز می‌شود. آنالیزی بر دریافت‌های کهن از واژه هارمونی، ریشه هندسی و مفهوم برتر این کانسپت را برای تمام علوم و اصول طراحی روشن می‌سازد. امروزه علوم و رشته‌های هنری مختلف در بیشتر موارد به‌شدت از یکدیگر فاصله گرفته‌اند.



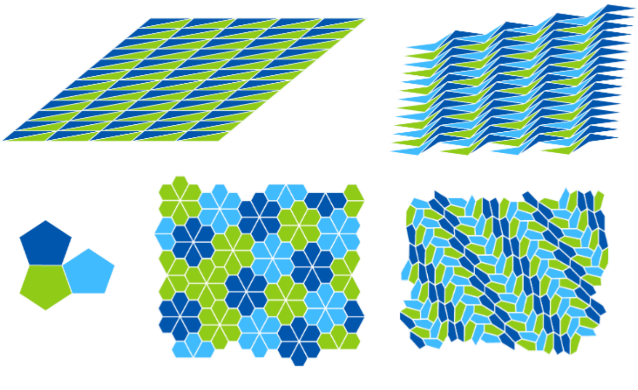
# کاشی کلاه شکل



کشف کاشی «کلاه شکل» در اوایل سال ۲۰۲۳ میلادی، نقطه اوج صدها سال پژوهش درباره کاشی‌ها و هندسه آن‌ها است و بهانه‌ای برای بررسی تاریخچه‌ی تئوری کاشی‌کاری شده است. ما هرروزه الگوهای تکرارشونده‌ای را می‌بینیم که به‌قدری برای ما عادی هستند که گاهی هیچ توجهی به آن‌ها نداریم. مثل آجرنمای ساختمان‌ها یا ساختار هشت‌ضلعی کندوی زنبورها. ریاضی‌دانان، قرن‌ها از این شکل‌های تکرارشونده برای ایجاد مناظر بدیع استفاده می‌کرده‌اند. ساده‌ترین کاشی‌کاری‌ها با استفاده کاشی‌های چندضلعی با اضلاع و زوایای یکسان انجام می‌گرفته است و به‌طوری کنار هم قرار می‌گرفتند که یک سطح را کاملاً بپوشانند. برای این کار، از مثلث‌ها، مربع‌ها و شش‌ضلعی‌ها استفاده می‌کنیم.



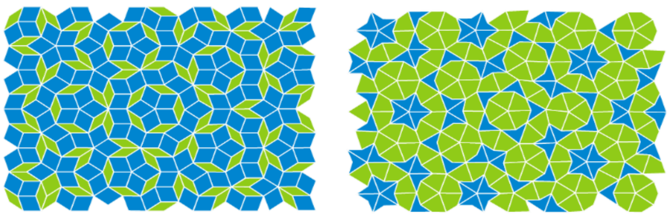
از سال ۱۹۱۸، پژوهش‌ها در حوزه‌ی کاشی‌های غیرمنتظم شروع شد و تا سال ۲۰۱۵ ادامه داشت که نتایج درخشانی درباره کاشی‌های غیرمنتظم پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی ارائه شد.



در سال ۲۰۱۷، مایکل رائو ثابت کرد: تمام الگوهای ممکن برای کاشی‌کاری با پنج‌ضلعی‌های غیرمنتظم و همچنین سایر چندضلعی‌های غیرمنتظم کشف شده‌اند.

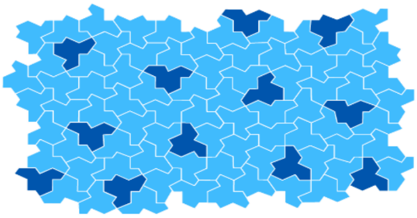
این کاشی‌کاری‌ها دارای تقارن تناوبی، آینه‌ای و چرخشی هستند و حتی می‌توان ترکیبی از این تقارن‌ها را روی این کاشی‌کاری‌ها پیاده‌سازی کرد. در سال ۱۸۹۱، اوگراف فدوروف، بلورشناس روس، ثابت کرد این تقارن‌ها را تنها به ۱۷ روش می‌توان ترکیب کرد. البته که تمام کاشی‌کاری‌ها الگوی تکرارشونده ندارند.

در سال ۱۹۶۱، منطق‌دانی به نام هائو وانگ حدس زد که اگر تعدادی شکل بتوانند یک سطح را به‌صورت کامل کاشی کنند، **باید** بتوانند **با الگوی تکراری منظم** هم **همان سطح** را به‌صورت کامل بپوشانند. این حدس توسط دانشجوی وی با کشف کاشی‌هایی که فقط به‌صورت غیرتکرارشونده یک سطح را می‌پوشاندند، رد شد.



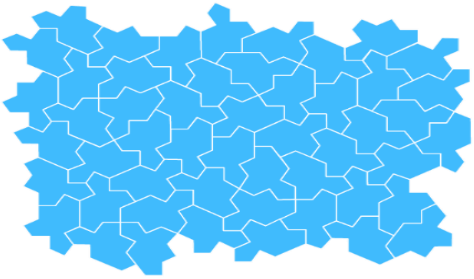
این اشکال و الگوها، ریاضی‌دانان، دانشمندان و عموم مردم را شیفته خودکرده بودند؛ اما اکنون سؤال دیگری ایجاد شده بود: آیا مجموعه‌ای متشکل از فقط یک کاشی وجود دارد که بتواند یک سطح را فقط و فقط به طور غیرتکرارشونده بپوشاند؟

در سال ۲۰۲۳، باز هم یک ریاضی‌دان آماتور دنیا را شوکه کرد! یک تکنسین بازنشسته چاپ و علاقه‌مند به ریاضیات به نام دیوید اسمیت نه‌تنها یک کاشی غیرتکرارشونده، بلکه یک خانواده بی‌نهایت از آن‌ها را کشف کرد. او از متخصصان علوم کامپیوتر، ریاضیات و تئوری کاشی‌کاری کمک گرفت و با هم یک کاشی انیشتین ساده هندسی به نام «کاشی کلاه» (که در اینترنت فکر می‌کردند شبیه یک تیشرت است) ارائه کردند.



بااین‌حال هنوز جای پیشرفت وجود داشت. برای کاشی‌کاری یک سطح با «کلاه»، باید تقریباً یک‌هفتم کاشی‌ها را وارونه می‌کردند. صاحب‌خانه‌ای که می‌خواست حمام خود را با کاشی کلاه کاشی کند، باید دو نوع کاشی می‌خرید: یک کاشی استاندارد و تصویر آینه‌ای آن. آیا این واقعاً ضروری بود؟

اسمیت توانست در آن خانواده نامتناهی «اسپکتر» را پیدا کند. این کاشی می‌توانست سطح را بدون نیاز به کپی‌های بازتاب شده کاشی‌کاری کند.



ما اکنون در بحبوحه تجدید حیات در اکتشاف ریاضی کاشی‌کاری‌ها هستیم. این کشف‌ها که به کمک‌های مهم آماتورها تکیه کرده است، خلاقیت هنرمندان ریاضی را الهام می‌بخشد و از قدرت رایانه‌ها برای پیشبرد مرزهای دانش استفاده می‌کند و ما را به بینش‌های جدیدی در مورد ماهیت تقارن، هندسه و طراحی می‌رساند.

**فاطمه موسوی**

# هندسه فرش ایران

عارفه جانبازی، سحر محبوبی بنیس
رویا حمزه ترکمانی

کلیه موارد و طراحی‌های گلیم‌ها، فرش‌ها، نماهای تاریخی و... برگرفته از اصول هندسی است.

هنرمندان مسلمان در قرون‌وسطی راهی برای چیدمان موزاییک‌های پازل‌مانند پیدا کرده بودند که منجر به ابداع الگوهای تازه‌ای در پوشش سطح شد. الگوهایی که ریاضی‌دانان معاصر آنها را کشف کردند.

کاشی‌کاری‌های قرون گذشته از این الگو پیروی می‌کنند که با وجود متقارن بودن از تکرار منظم یک طرح خاص به وجود نمی‌آید.

**تکرار**

تکرار در لغت به معنای بازگفتن، دوباره گفتن و چند بار گفتن یک مطلب است.

**انواع تکرار:**

تکرار شکل

تکرار اندازه

تکرار رنگ

تکرار بافت

**روش‌های ایجاد تنوع:**

تغییر در اندازه

ایجاد حرکت بصری

فرم‌های گوناگون

رنگ‌آمیزی

الگوهای تکرار

**انگیزه‌های تکرار:**

بازنمای ریتم و تکرار طبیعت

القای حرکت بصری و نمایش گذر زمان

ایجاد فضای نامتناهی و نامحدود

تأکید بر اهمیت نقشی خاص

نقوش مقدس

نقوش شاهان

نماد قومی

الگوهای هفده‌گانه در فرش‌های تصویری طبق قضیه بپیرباخ در هر فضایی با بعد متناهی تعداد گروه‌های بلورین متناهی‌اند.

تعداد این گروه‌ها در فضای دوبعدی یا صفحه ۱۷ عدد است. پس تکرار به هفده الگو یا روش امکان‌پذیر است.

در بین قالیچه‌های تصویری ایران قالیچه‌های با موضوع داستانی فراوان‌تر است.

بافندگان آن شهرنشینان بوده؛ زیرا از داستان‌های بیشتری با خبر بودند.

در شهر میزان افراد باسواد، دسترسی به کتاب و وجود نقالان برای بیان داستان بیشتر بوده و همین امر موجب گسترش فرش‌های تصویری در سطح شهر بود.

البته در مناطق روستایی صحنه‌های معروف از یک داستان نیز به تصویر کشیده شده است.

## طرح درختی نیریز

مهم‌ترین عنصر تصویری که به شناخت الگوی به‌کاررفته در متن فرش کمک می‌کند فرم پرندگانی است که جهت متفاوت نگاهشان نظر مخاطب را به خود جلب کرده. همین اختلاف در جهت نگاه پرندگان در نمونه فرش‌هایی از ایلات خمسه (بهارلو) وجود دارد.

الگوی تکرارشونده در نقشه گلستان یا چهارباغ الگوی پی‌ام‌ام است که در تمامی نقشه‌های گلستان یکسان به کار می‌رود. پدیدارشدن نقشه لچک ترنج زمانی است که به‌جای نمایش کامل طرح و قسمت‌های مختلف باغ اساطیری باستانی گوشه یا قطعه‌ای از آن نمایش داده می‌شد. قطعه‌ای با یک جوی آب و سه،چهار یا پنج آبگیر که طرح‌های چند ترنج و مخصوصاً سه ترنج از آن‌ها پیدا شده است.

در کل هندسه نقوش، علمی است که به چگونگی ایجاد نقوش و ترکیب آن‌ها بر پایه قواعد و تناسبات هندسی می‌پردازد و به‌عبارت‌دیگر هندسه نقوش، علم چگونگی رسم نقش‌هاست.

گره‌سازی تقسیم‌بندی هندسی فضا با شکل‌های معین و مشخص است و شامل تزئیناتی است که به‌صورت هندسی و با قواعد مشخصی رسم می‌شود،به‌طوری‌که هیچگاه قطعات بسیار بزرگ پدید نمی‌آید و حداکثر نسبت کوچک‌ترین واحد تقسیم به بزرگ‌ترین واحد بیش از یک به هشت نیست. درواقع هنر گره‌سازی خرد و محدودکردن و در نتیجه تسخیرکردن فضاست. تصاحب و تسخیر بخشی از جهان نامحدود است که اضلاع سیار و شعاع‌گونه آن گویای این نکته است.

# نقوش هندسی در معماری اسلامی

زهرا محمدی کرمجوان

## گره

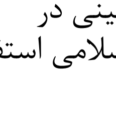
عبارت است از ترکیبی یکپارچه از نقش‌های هندسی متنوعی که در یک چارچوب مشخص به طور هماهنگ و مکمل قرار گرفته‌اند.

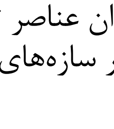
در معماری اسلامی گره‌ها به یک نوع زیبایی‌شناسی و طرح هنری اشاره دارد که با استفاده از خطوط منحنی و پیچیده طراحی می‌شود.

این گره‌ها با ترکیب خطوطی معمولاً به شکل پیچیده و دقیق طراحی شده و به‌عنوان عناصر تزئینی در ساختمان‌ها، مساجد و سایر سازه‌های اسلامی استفاده می‌شود.

## واگیره

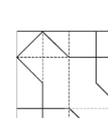
کوچک‌ترین جزء قابل‌تکرار هر گره به‌تنهایی در اجرای گره به کار نمی‌رود؛ بلکه پس از تکرار در جهت‌های خاص، گره نمایان می‌شود.





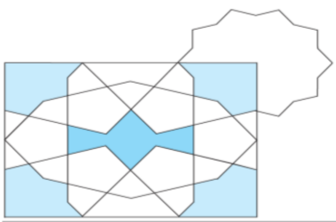
## واحد گره

قسمتی از گره است که از تکرار واگیره حاصل می‌شود و همه ویژگی‌های گره در آن آشکار است.

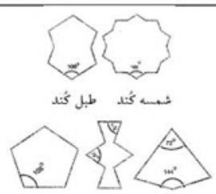
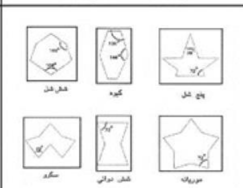


## آلت گره

عبارت است از هر واحد از مجموع نقوش هندسی که در یک زمینه (واحد گره) قرار گرفته باشند؛ لذا واحد کار در گره چینی و گره‌سازی را «آلت گره» گویند.



## انواع گره‌های کند، تند و شل

| اقسام گره | آلت های تشکیل دهنده گره | اسامی گره ها |
|---|---|---|
| گره های کُند |  | **گره های کُند**<br>۱. گره چهار شمسه سرمه دان/ گره کُند ((سرمه دان چهار شمسه))<br>۲. گره کُند سرمه دان<br>۳. گره کُند دو پنج (( اُم الگره))<br>٤. گره کُند طبل قناس<br>۵. گره سرمه دان قناس<br>٦. گره کُند سرمه دان قناس کوچک<br>۷. گره دوازده پابزی |
| گره های تُند |  | **گره های تُند**<br>۱.گره تُند دو پنج یا گره تُند ده<br>۲.گره تُند طبل قناس پابزی<br>۳. گره تُند طبل پابزی از سرمه دان چهار شمسه<br>٤. گره پابزی از گره تُند ده در زمینه طولانی<br>۵. گره تُند از سرمه دان قناس کوچک<br>٦. گره تُند پابزی دو برگ چناری از خرد کردن گره کُند دو پنج<br>۷. گره شمسه ته بریده<br>۸. گره کُند سرمه دان قناس بزرگ از گره تُند دو پنج یا تند ده. |
| گره های شُل |  | **گره های شُل**<br>۱. گره ده شش شُل<br>۲. گره تند و کند گیوه<br>۳. گره هشت چهار لنگه<br>٤. گره هشت و دوازده<br>۵. گره ده شش شُل |

# مسئله‌ی سیزده کره و کاربردهای آن

غزل صدقی آزاد

مسئله‌ی سیزده کره چیست و اصلاً از کجا آمد؟

داستان از آنجایی شروع شد که دو دانشمند معروف که یکی از آن‌ها نیوتن و دیگری دیوید گریگوری بود، با هم اختلاف‌نظر پیدا کردند که: «چند کره به شعاع یک می‌توانند هم‌زمان بر کره‌ای با همان شعاع مماس باشند؟» (شعاع همه کره‌ها واحد است.)

روایتی موجود است که گریگوری در محضر جناب نیوتن بوده و با یکدیگر راجع‌به سیارات صحبت می‌کردند که از بحث منحرف می‌شوند و به این مسئله می‌پردازند. نیوتن معتقد بود پاسخ ۱۲ کره است، درحالی‌که نظر گریگوری ۱۳ کره بود. ممکن است برای شما سؤال پیش بیاید چرا گریگوری می‌گفت ۱۳ تا؟ چون وقتی چینش را انجام می‌دهیم با فضاهای خالی قابل‌توجهی روبه‌رو می‌شویم و ممکن است فکر کنیم: «آیا می‌توان کره‌ها را به‌گونه‌ای چید که بتوان از این فضاهای خالی استفاده کرد و کره‌ی سیزدهم را در آنجا قرار داد؟»

پاسخ «خیر» است. (نتیجه اخلاقی: نباید روی حرف جناب نیوتن حرف زد!)

اما سؤالی که راجع‌به همه مطالب ریاضی داریم... : «کاربرد این مسئله در زندگی ما چیست؟»

برای مثال همین پیام‌های ارسالی با تلفن همراه. چه ربطی به هم دارند؟ صبور باشید، بدان می‌پردازیم.

احتمالاً می‌دانید که ما پیام‌ها را از طریق ۰ و ۱ منتقل می‌کنیم. فرض کنید در انتقال این پیام‌ها مشکلی پیش بیاید. مثلاً به‌جای «بخشش، لازم نیست اعدامش کنید.»، «بخشش لازم نیست، اعدامش کنید.» ارسال شود!

(در این مثال غلو شده، اما فحوای کلام این است که قصد ما ارسال پیامی بی‌عیب‌ونقص است.) چطور باید این مشکل را حل کنیم؟ فرض کنید قصد داریم در پیامی بگوییم که سکه‌ای را پرتاب کرده‌ایم و می‌خواهیم مشخص کنیم شیر آمده است یا خط. اگر شیر بیاید ۰ و اگر خط بیاید ۱ می‌فرستیم. اگر اشتباهی پیش بیاید، معنای پیام ما به‌کلی تغییر می‌کند! راه‌حل چیست؟

می‌توان به‌جای ۰، ۰۰۰، و به‌جای ۱، ۱۱۱ فرستاد. فایده این کار چیست؟ دو فایده دارد:
۱) اگر اشتباهی پیش بیاید، گیرنده‌ی پیام متوجه می‌شود که اشتباهی پیش آمده است.

۲) نه‌تنها متوجه می‌شود که اشتباهی پیش‌آمده، بلکه می‌تواند پیغام درست را حدس بزند.

اما چگونه گیرنده پیام متوجه می‌شود که اشتباهی پیش آمده است؟ فرض کنید وی ۱۰۰ دریافت می‌کند. گیرنده پیام توقع دریافت ۰۰۰ یا ۱۱۱ را دارد و می‌داند اگر هر چیزی به جز این‌ها دریافت کند، یعنی مشکلی پیش آمده است.

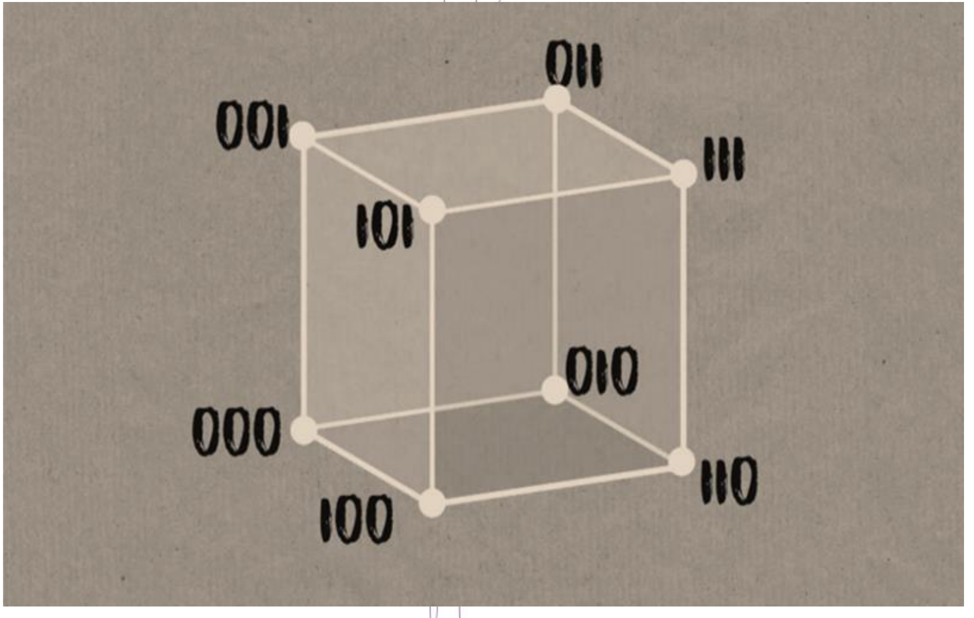
پاسخ سؤال بعدی: چگونه می‌تواند پیغام درست را حدس بزند؟ وقتی که ۱۰۰ را دریافت کرده است، چون تعداد رقم‌های ۰ بیشتر از تعداد رقم‌های ۱ است، یعنی به ۰۰۰ نزدیک‌تر هستیم تا ۱۱۱. پس احتمالاً منظور شیر است. جدول زیر را در نظر بگیرید: نه‌تنها متوجه می‌شود که اشتباهی پیش‌آمده، بلکه می‌تواند پیغام درست را حدس بزند.

| حالت های ممکن برای امدن خط | حالت های ممکن برای امدن شیر |
|---|---|
| ۱۱۱ | ۰۰۰ |
| ۰۱۱ | ۱۰۰ |
| ۱۰۱ | ۰۱۰ |
| ۱۱۰ | ۰۰۱ |

پس می‌توان تمام محتویات ستون سمت چپ را به‌عنوان «شیر» ، و تمام محتویات ستون سمت راست را به‌عنوان «خط» ترجمه کرد.

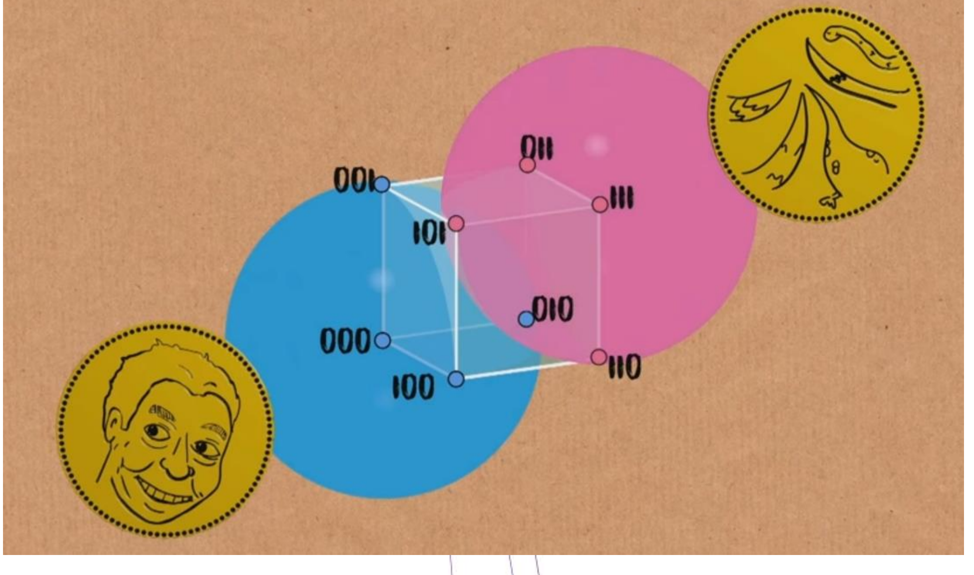
## اما ارتباط مطالب بالا با مسئله‌ی ۱۳ کره چیست؟!

ما می‌توانیم برای مطلب فوق تعبیر هندسی در نظر بگیریم. چگونه؟ بدین صورت که ما هر یک از هشت عدد بالا را در گوشه یک مکعب قرار می‌دهیم؛ لذا تمام پیام‌های ممکن، تبدیل به نقطه‌هایی در فضای سه‌بعدی شدند.




ما در شکل بالا، دو کره را قرار می‌دهیم، به‌طوری‌که تمام پیام‌هایی که معنی آن‌ها «شیر» است، در یک مکعب و تمام پیام‌هایی که معنی آن‌ها «خط» است در مکعب دیگر قرار گیرند.

ارتباط مسئله فوق با مسئله سیزده کره این است که ما هرچه بتوانیم کره‌های بیشتری را بگنجانیم، به این معنی است که می‌توانیم اطلاعات بیشتری را انتقال دهیم. درواقع می‌شود گفت که مسئله‌ی انتقال داده‌ها به‌نوعی مسئله‌ی چینش کره‌ها است و می‌دانیم که مسئله‌ی ۱۳ کره چیزی به جز نحوه چینش کره‌ها نیست.



# آشنایی با نرم افزار Cabri 3D

نیلوفر رحمن‌پور

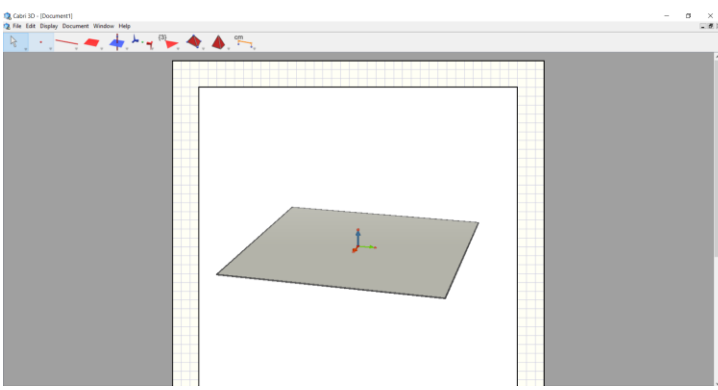
## نرم افزار Cabri 3D چیست؟

این نرم‌افزار یکی از نرم‌افزارهای ریاضی قدرتمند و ویژه به‌منظور رسم عناصر و المان‌های مختلف بر روی فضای سه‌بعدی و تبیین ویژگی‌ها، موقعیت آنها نسبت به مبدأ مختصات و نیز نسبت به یکدیگر است.

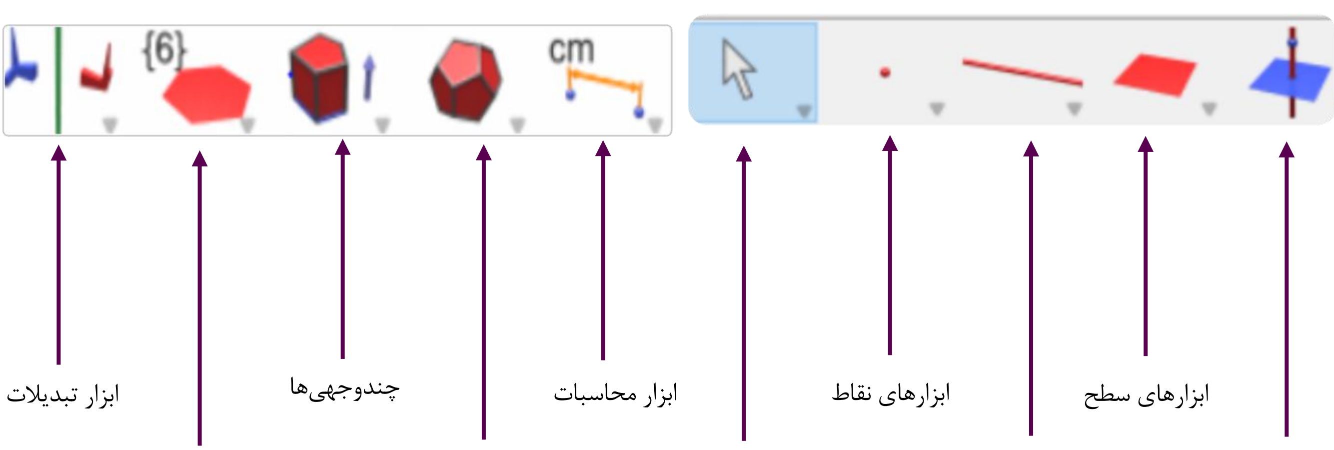
## کاربردهای نرم افزار Cabri 3D

۱) طراحی و مدل‌سازی
۲) مطالعه و تحقیق عملی
۳)آموزش هندسه سه‌بعدی
۴) تدریس درس‌های هندسه و ریاضیات

## آشنایی با منوها و محیط‌کاری نرم‌افزار

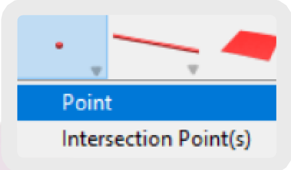


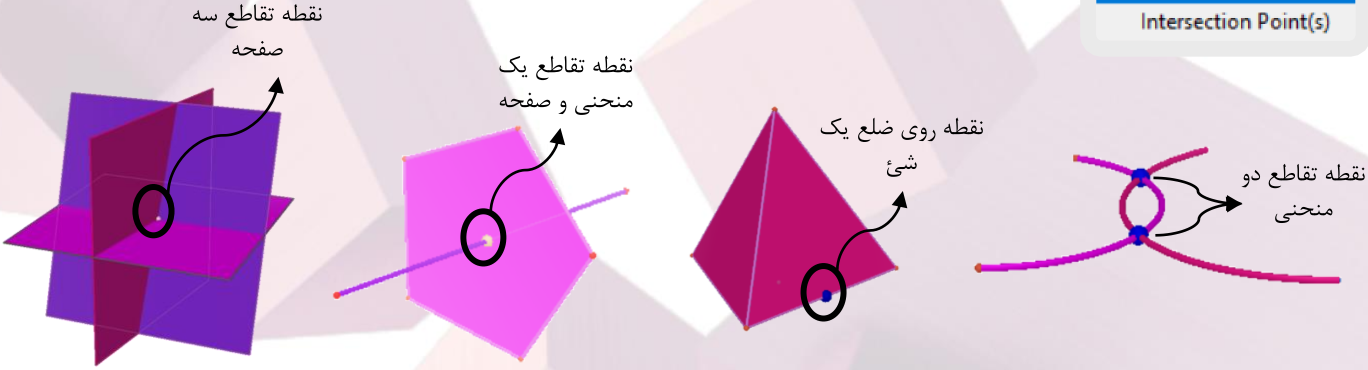
## قسمت منو نرم‌افزار



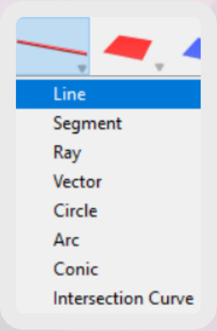
# کار با نرم‌افزار

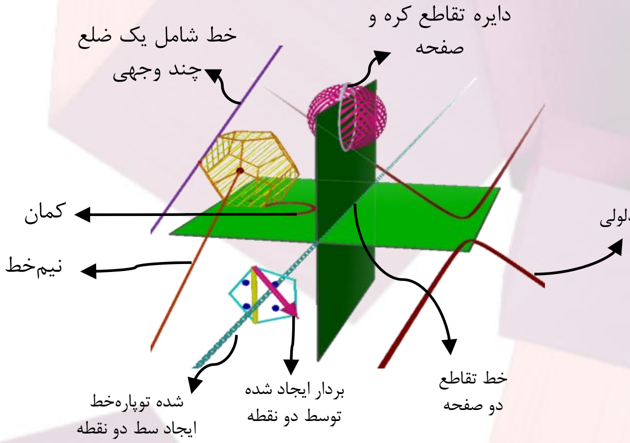
## ابزارهای نقاط



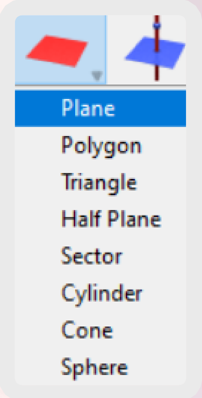



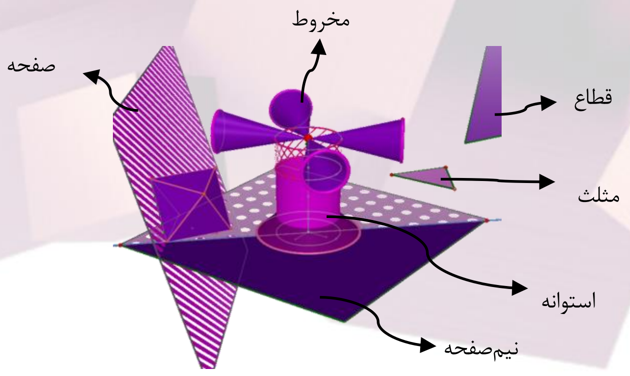

## ابزارهای منحنی



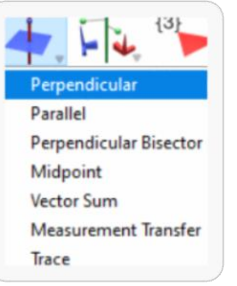



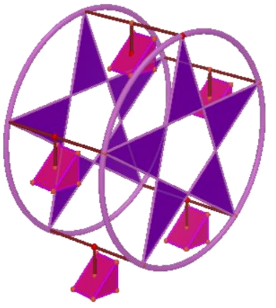

## ابزارهای سطح



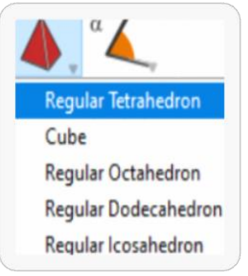



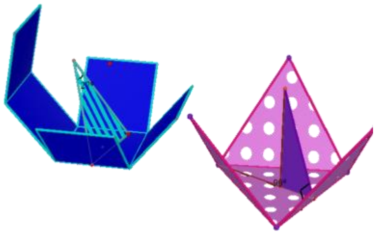
## ابزارهای ساختارهای وابسته



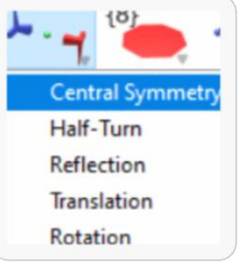



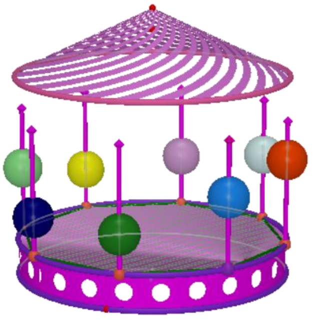
## ابزار چند وجهی‌های منتظم



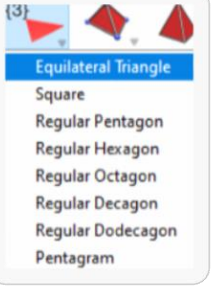



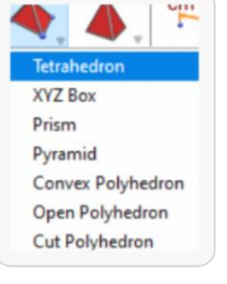
## ابزارهای تبدیلات

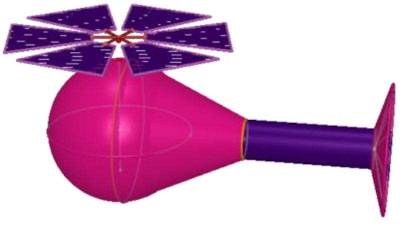


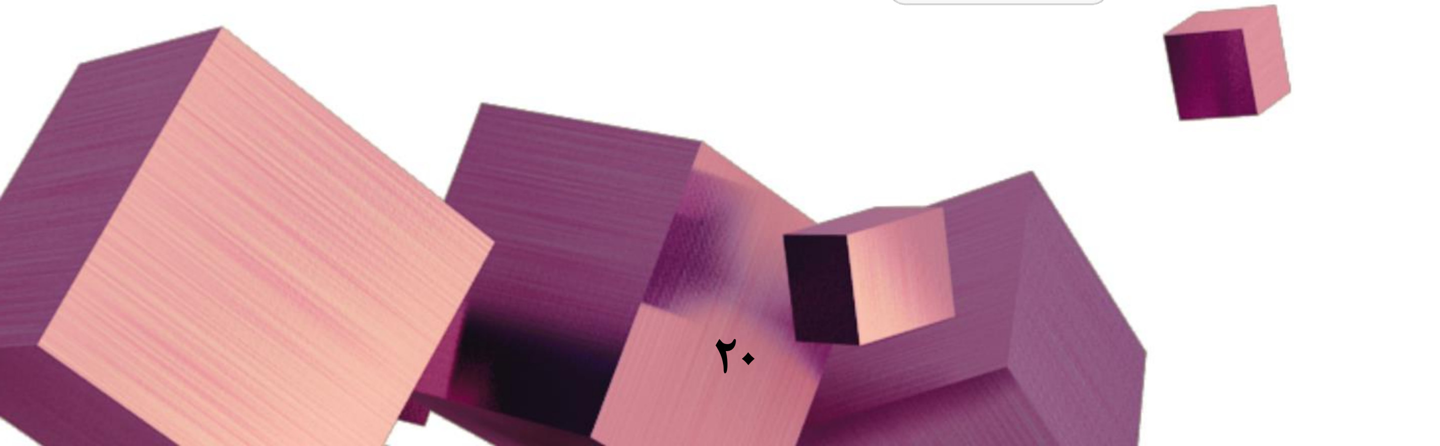



## چندوجهی‌ها و ابزار چندضلعی‌های منظم





# استقلال اصل توازی

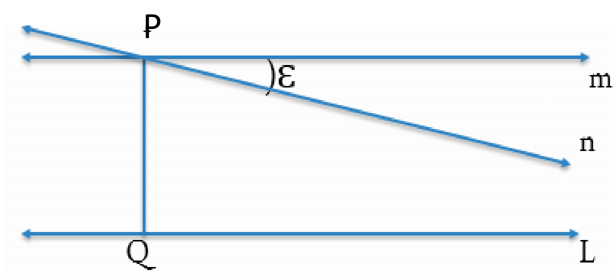
زینب عبداللهی

فرض کنید پذیرفته باشیم وقتی شیئی مانند سنگ را رها می‌کنیم، به سمت بالا می‌رود. سپس می‌توانیم بیرون برویم و چند سنگ را رها کنیم. اگر مخمان عیب نداشته باشد، متوجه می‌شویم که آنچه پذیرفته بودیم غلط است!

حال چگونه آزمایشی می‌توانیم انجام دهیم تا نشان دهیم فرض هذلولوی غلط است. یا به‌عبارت‌دیگر، نشان دهیم که نقیض آن، یعنی اصل توازی صحیح است؟!

پیش از همه باید معنی این حکم را بفهمیم: در مثال فوق معنی «سنگ» و «رهاکردن» آن را خیلی خوب فهمیده بودیم و توانستیم به مقتضای این فهم خود عمل کنیم!

اما اینکه L یک «خط» است، P نقطه‌ای است غیرواقع بر آن، یا یک «موازی یکتا» با L وجود دارد که بر P می‌گذرد؛ یعنی چه؟!




می‌توانیم «نقطه‌ها» و «خط‌ها» را به کمک کاغذ، مداد و خط‌کش نشان دهیم.

فرض کنید $\overleftrightarrow{PQ}$ را عمود بر L و خط m را از نقطه P عمود بر $\overleftrightarrow{PQ}$ رسم کرده‌ایم. سپس خط nرا از P چنان رسم کرده‌ایم که زاویه بسیار کوچک $\varepsilon^0$ را با m بسازد.

با استفاده از مثلثات اقلیدسی می‌توانیم دقیقاً حساب کنیم که چه اندازه باید بر روی m دور شویم تا به نقطه‌ای که n خط L را می‌برد، برسیم؛ ولی اگر بسیار بسیار کوچک باشد، این نقطه ممکن است میلیون‌ها کیلومتر دورتر باشد. در این صورت نمی‌توانیم عملاً این آزمایش را انجام دهیم تا بتوانیم غلط‌بودن بنداشت هذلولوی را ثابت کنیم!

**قضیه ماورای ریاضی ۱:**

اگر هندسه اقلیدسی سازگار باشد، هندسه هذلولوی هم سازگار است.

اگر فعلاً این قضیه را درست بدانیم، نتیجه مهم زیر را به دست می‌آوریم:

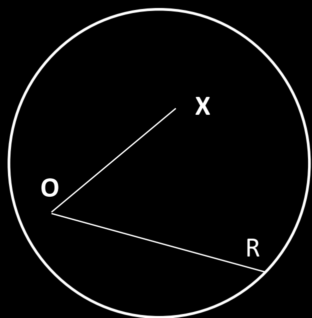
**نتیجه:** اگر هندسه اقلیدسی سازگار باشد، هرگز از روی بقیه اصل‌های هیلبرت، برهان یا بطلانی برای اصل توازی پیدا نخواهد شد، یعنی اصل توازی مستقل از اصل‌های دیگر است.

برای اثبات این نتیجه، خلاف آن را فرض می‌کنیم، یعنی می‌پذیریم که برهانی برای اصل توازی وجود داشته باشد. پس هندسه هذلولوی ناسازگار خواهد بود، زیرا بنداشت هذلولوی با یک قضیه اثبات شده تناقض دارد؛ ولی قضیه ماورای ریاضی ۱ حکم می‌کند که هندسه هذلولوی نسبت به هندسه اقلیدسی سازگار است. این تناقض ثابت می‌کند که هیچ برهانی برای اصل توازی وجود ندارد. (برهان خلف) خود همین فرض که هندسه اقلیدسی سازگار است، مؤید این است که هیچ بطلانی هم برای اصل توازی وجود ندارد!

**مدل بلترامی- کلاین:**

برای اختصار، این نخستین مدل (مدل بلترامی-کلاین) را «مدل کلاین» می‌نامیم.

یک‌بار برای همیشه دایره $\gamma$ را (که کیلی آن را «مطلق» نامیده) در صفحه اقلیدسی تثبیت می‌کنیم. اگر O مرکز $\gamma$ و OR یک شعاع آن باشد، بنا بر تعریف، درون $\gamma$ مجموعه همه نقطه‌هایی نظیر X است که $OX<OR$.
در مدل کلاین نقطه‌های درون $\gamma$ معرف نقطه‌های صفحه هذلولوی هستند.




!!یادآوری می‌کنیم پاره‌خطی که دو نقطه A و B از دایره $\gamma$ را به هم وصل می‌کند، وتر AB نامیده می‌شود. می‌خواهیم پاره‌خط‌ها را بدون مبدأ و منتهایشان در نظر بگیریم، این پاره‌خط‌ها را وتر باز می‌نامیم و با A)(B نشان می دهیم!!

*** در مدل کلاین وترهای باز $\gamma$ معرف خط‌های صفحه هذلولوی هستند. رابطه «واقع بر» به معنی معمولی آن گرفته می‌شود: P بر A)(B واقع است بدین معنی است که P بر خط اقلیدسی $\overleftrightarrow{AB}$ و میان A و B قرار دارد و رابطه هذلولوی «میان بود» با نسبت معمولی اقلیدسی «میان بود» بیان می‌شود که خیلی روشن است. ولی بیان «قابلیت انطباق» خیلی پیچیده‌تر است.***

## بنداشت وقوع ۱ «کلاین»:

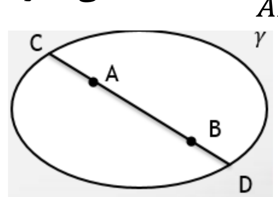
دو نقطه نامشخص متمایز A و B در درون دایره $\gamma$ داده شده‌اند.

تنها یک وتر باز L از $\gamma$ وجود دارد چنان که A و B هر دو بر آن واقع‌اند. ما باید ثابت کنیم که این، یک قضیه در هندسه اقلیدسی است (و به طریق مشابه، تعبیرهای همه بنداشت‌های دیگر را ثابت کنیم.) وقتی یک‌بار برای همیشه ثابت شد که بنداشت‌های تعبیر شده، قضایایی در هندسه اقلیدسی هستند، هر دلیلی بر وجود یک تناقض در هندسه اقلیدسی تعبیر می‌شود. با استناد به این فرض که هندسه اقلیدسی سازگار است، نتیجه می‌گیریم که هرگز چنین دلیلی وجود ندارد؛ بنابراین اگر هندسه اقلیدسی سازگار باشد، هندسه هذلولوی هم سازگار خواهد بود.

اکنون باید برگردیم و ثابت کنیم که تعبیرهای بنداشت‌های هندسه هذلولوی در مدل کلاین قضایایی از هندسه اقلیدسی هستند. بنداشت وقوع۱ (کلاین) را که در بالا بیان کردیم، ثابت می‌کنیم:

برهان:

نقاط A و B در درون $\gamma$ داده شده‌اند. فرض می‌کنیم $\overleftrightarrow{AB}$ خط اقلیدسی گذرنده از آنها باشد.



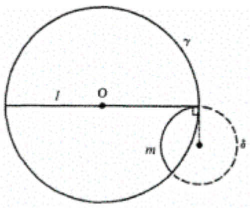

این خط دایره $\gamma$ را در دو نقطه متمایز C و D می‌برد. پس A و B بر وتر باز(C)(D قرار دارند و بنا بر بنداشت وقوع ۱ از هندسه اقلیدسی، این تنها وتر بازی است که هر دوی آن‌ها بر آن قرار دارند.

در مرحله دوم برهان، از قضیه‌ای از هندسه اقلیدسی که بیان می‌کند خط گذرنده از درون دایره، آن را در دو نقطه متمایز می‌برد، استفاده کردیم. این را می‌توان از روی اصل پیوستگی دایره ثابت کرد.

## مدل‌های پوانکاره:

مدلی به شکل قرص، منسوب به هنری پوانکاره (۱۸۵۴-۱۹۱۲) نیز معرف نقاط صفحه هذلولی است که با نقاط درونی دایره اقلیدسی $\gamma$ نشان داده می‌شود، ولی نمایش خط‌ها به گونه‌ای دیگر است.

اولاً تمام وترهای باز گذرنده از O، مرکز $\gamma$ (یعنی همه قطرهای باز دایره $\gamma$ مانند L ) معرف خط هستند. بقیه خط‌ها با کمان‌های بازی از دوایر عمود بر $\gamma$ نشان داده می‌شوند. دقیق‌تر بگوییم، فرض می‌کنیم $\delta$ دایره عمود بر $\gamma$ باشد. (در هریک از نقاط تلاقی دو دایره، شعاع‌های گذرنده آن نقطه برهم عمودند.)




از تلاقی $\delta$ و درون دایره $\gamma$ ، کمان باز m به دست می‌آید که مطابق تعریف، یک خط هذلولوی در مدل پوانکاره است.

لذا هر قطر باز L از $\gamma$ یا یک کمان باز m عمود بر $\gamma$ را یک خط پوانکاره یا «خط P» می نامیم. یک نقطه درون دایره $\gamma$ را زمانی «واقع بر» خط پوانکاره گوییم که به معنای اقلیدسی بر آن واقع باشد. همچنین واژه «میان» یا «بین» تعبیر معمولی اقلیدسی خودش را دارد. (برای سه نقطه A ، B و C که بر کمان بازی از دایره $\delta$ ، عمود بر $\gamma$ به مرکز p، واقع باشند، B زمانی بین A و C است که $\overrightarrow{pB}$ بین $\overrightarrow{pA}$ و $\overrightarrow{pC}$ باشد.)

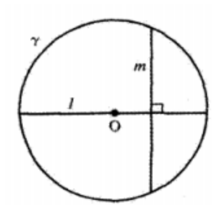
تعبیر قابلیت انطباق برای پاره‌خط‌ها در مدل پوانکاره، درست مثل تعبیر آن در مدل کلاین پیچیده است، زیرا بر اساس نوعی اندازه‌گیری طولی نهاده که با اندازه‌گیری معمولی اقلیدسی متفاوت است.

**تعامد در مدل بلترامی-کلاین:**

در اینجا تنها می‌خواهیم از آن زاویه‌هایی که با مکملشان قابل‌انطباق‌اند، یعنی از زاویه‌های قائمه، صحبت کنیم.

فرض می‌کنیم L و m وترهای باز $\gamma$ باشند. برای آنکه در مدل کلاین بیان کنیم که چه موقع L بر m عمود است، دو حالت را در نظر می‌گیریم:

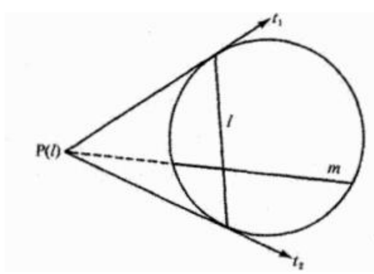
حالت اول: یکی از دو خط L و m قطر دایره است. در این صورت L به معنی کلاین بر m عمود است اگر و تنها اگر L به معنی اقلیدسی بر m عمود باشد.




حالت دوم: نه L قطر دایره است و نه m!

در این حالت به خط L یک نقطه P(L) واقع در بیرون $\gamma$ را که قطب L نامیده شده و به ترتیب زیر تعریف می‌شود وابسته می‌سازیم.
فرض می‌کنیم $t_1$ و $t_2$ مماس‌هایی بر $\gamma$ در دو سر L باشند.

در این صورت، مطابق تعریف P(L) تنها نقطه مشترک $t_1$ و $t_2$ است. ($t_1$ و $t_2$ موازی نیستند، زیرا L قطر دایره نیست!)




معلوم می‌شود L و m به معنی مدل کلاین بر هم عموداند اگر و تنها اگر وقتی m را به معنی اقلیدسی امتداد دهیم از قطب L بگذرد.

# هندسه دلپذیر

# تشابه در صنعت

مهشید خلیلی

## تشابه:

مثلث: دو مثلث را متشابه نامند اگر زاویه‌های آن‌ها دوبه‌دو مساوی باشند.

اگر دو مثلث متشابه باشند، اضلاع نظیر به زاویه‌های مساوی، برابرند.

چندضلعی: دو چندضلعی را متشابه گویند اگر زاویه‌های آن‌ها، دوبه‌دو مساوی و اضلاع نظیر آن‌ها متناسب باشند.

## تجانس:

فرض کنیم نقطه O یک نقطه ثابت در صفحه مختصات بوده و K<۰ و یا K>۰ یک عدد حقیقی باشد. نقطه $A'$ به مرکز O با نسبت تجانس K می‌نامیم درصورتی‌که سه شرط زیر برقرار باشد:

۱) سه نقطه O و A و $A'$ در امتداد یک خط راست باشند.
۲) فاصله $A'$ از O مساوی K برابر فاصله A از O باشد؛ یعنی

$$OA' = |k|\, OA$$

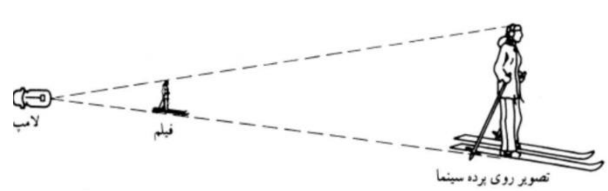
۳) اگر K مثبت باشد $A'$ روی نیم‌خط OA و نقاط A و $A'$ در یک طرف نقطه O قرار دارند. همچنین اگر K منفی باشد نقطه O بین A و $A'$ قرار خواهد گرفت.

دو شکل متجانس، دو شکل متشابه و متشابه‌الوضع هستند.

## کاربردهای تشابه:

### سینما:

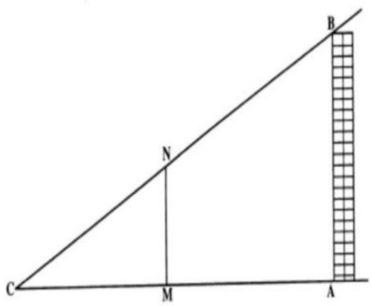
تصویری که روی پرده سینما مشاهده می‌شود، کاربردی از تشابه و به‌طور دقیق‌تر کاربردی از تجانس است.




## تعیین ارتفاع برج به وسیله سایه آن:

ابتدا خطی راست از سر برج به انتهای سایه آن فرض می‌کنیم، سپس یک میله (طول میله را می‌دانیم.) به‌طور عمود روی سایه برج می‌گذاریم، به قسمتی که روی خط فرضی نیز قرار بگیرد و دو سر آن را M و N می‌نامیم. حال مثلث‌های ABC و MNC متشابه‌اند (اثبات تشابه دو مثلث بدیهی است.) از رابطه زیر می‌توان ارتفاع برج AB را به دست آورد .

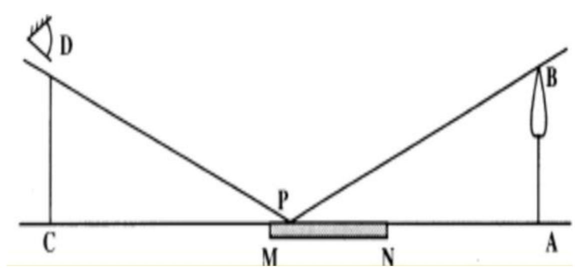
$$\frac{AB}{AC} = \frac{MN}{MC}$$




## تعیین ارتفاع یک جسم بلند به کمک آینه:

فرض کنیم می‌خواهیم ارتفاع درخت AB را اندازه‌گیری کنیم. آینه MN را روی زمین مسطح می‌گذاریم؛ آن‌قدر از آن دور می‌شویم که بتوانیم نوک درخت را در آینه ببینیم. بنابر قانون انعکاس نور، زاویه‌های APB وCPD با هم مساوی‌اند و مثلث‌هایABP و CDP با هم متشابه‌اند. حال سه طول AP و CP و CD را اندازه‌گیری می‌کنیم. با جاگذاری در فرمول، طول (AB) درخت به دست می‌آید.

$$\frac{AB}{AP} = \frac{CD}{CP}$$



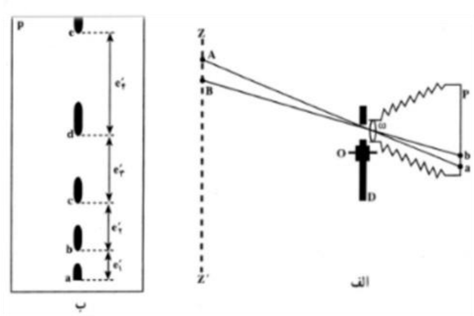
## حل بعضی از مسائل به کمک عکس‌برداری:

### تعیین شدت میدان گرانش:

الف. گلوله‌ای را که در امتداد قائم $ZZ'$ سقوط می‌کند در نظر می‌گیریم. از این گلوله در فواصل زمانی متوالی کوتاه که اندازه هر یک برابر تتا است عکس می‌گیریم. برای تأمین این منظور یک مسدودکننده گردان جلوی عدسی دستگاه عکاسی قرار می‌دهیم. این مسدودکننده گردان عبارت است از یک قرص D که روی آن سوراخ‌هایی به فواصل مساوی درست شده است و با سرعت یکنواخت دور محور خود می‌چرخد.

ب. در عکسی که از سقوط آزاد گلوله گرفته می‌شود بر روی پلاک حساس P، تصاویر به‌دست‌آمده لکه‌هایی هستند که به‌تدریج درازتر می‌شوند و این به علت افزایش سریع سرعت سقوط گلوله است. قطعات با فواصل AB، DE، CD، BC و... که گلوله در فواصل زمانی متوالی $\theta$ پیموده است متناسب‌اند. از اندازه‌های مذکور چنین به دست می‌آید:

$$e'_۲ - e'_۱ \approx e'_۳ - e'_۲ \approx e'_۴ - e'_۳ = ۳/۸۴ \pm ۰/۰۱\,\mathrm{mm}$$




در دستگاه عکس‌برداری که به کار برده شده است، بزرگ‌نمای خطی عدسی دستگاه است و مسدودکننده گردان آن موجب می‌شود که عکس‌های متوالی گلوله به عکاسی فواصل زمانی ۰.۰۰۰۱ گرفته شود. اکنون می‌خواهیم با داده‌های مذکور مقدار یعنی شدت میدان گرانش را حساب کنیم.

در این مسئله یک تجانس به نسبت ۱۰ داریم پاره‌خط AB مجانس پاره‌خط ab نسبت به مرکز است. در شکل نسبت تجانس رعایت نشده است. اگر بخواهیم که شکل را طوری رسم کنیم که پاره‌خط OA ده برابر پاره‌خط oa، باشد آنگاه شکل خیلی بزرگ می‌شود. این تجانس نشان می‌دهد که فواصل DE، AB،BC،CD و... که گلوله در فواصل زمانی متوالی$\theta$ می‌پیماید یک تصاعد حسابی با قدر نسبت ۳.۸۴ سانتی‌متر تشکیل می‌دهند از طرفی داریم:

$$r = g\theta^2$$

پس:

$$g \simeq \frac{۳/۸۴}{(۱/۱۶)^۲} = ۳/۸۴ \times ۲۵۶ = ۹۸۳\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^۲}$$

$$g = ۹/۸۳\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^۲}$$

محاسبه دقت:

$$\frac{|\Delta g|}{g} \le \frac{|\Delta r|}{r} + ۲\frac{|\Delta\theta|}{\theta}$$

$$\begin{cases}\Delta r = ۰/۰۱\,\mathrm{cm}\\ \Delta\theta = ۰/۰۰۰۱\,\mathrm{s}\end{cases}$$

$$\frac{\Delta g}{g} \le \frac{۰/۰۱}{۳/۸۴} + \frac{۲\times ۰/۰۰۰۱}{۱/۱۶} \approx ۰/۰۰۶$$

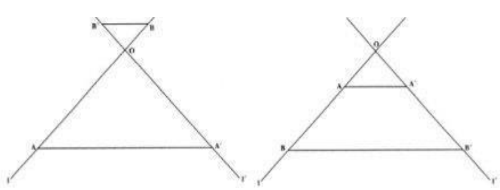
$$\Delta g \approx g \times ۰/۰۰۶ \approx ۰/۰۶\,\mathrm{m/s^۲}$$

$$g = ۹/۸۳ \pm ۰/۰۶\,\mathrm{m/s^۲}$$

### اساس هندسی میزهای تاشو:

قضیه تالس: دو خط l و $l'$ را که در نقطه O متقاطع‌اند در نظر می‌گیریم. اگر دونقطه A و B را روی خط l و دونقطه $A'$ و $B'$ را روی خط $l'$ طوری اختیار کنیم که دو خط $AA'$ و $BB'$ موازی باشند، آنگاه رابطه زیر برقرار است.

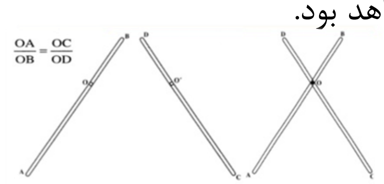
$$\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}$$



عکس قضیه تالس: دو خط l و $l'$ را که در نقطه O متقاطع‌اند، در نظر می‌گیریم. اگر نقاط A و B را روی خط l و نقاط $A'$ و $B'$ را روی خط $l'$ طوری اختیار کنیم که رابطه قضیه تالس برقرار باشد، عکس قضیه نیز برقرار است.

از عکس قضیه برای اساس میزهای تاشو استفاده شده است. نقاط O و$O'$ به‌طوری هستند که رابطه زیر برقرار باشد. دو میله AB و CD را از سوراخ‌های O و $O'$ به هم وصل می‌کنیم . وقتی دو میله روی نقطه O می‌چرخند ABCD تغییر می‌کند، اما طبق عکس قضیه تالس خطوط فرضی AC و BD همواره با هم موازی‌اند.

برای پایه‌های میز از میله‌هایی به‌صورت U برعکس استفاده می‌شود و همین‌طور یکی از پایه‌ها کوتاه‌تر ساخته می‌شود تا راحت‌تر تا شود. بر اساس قضیه تالس نتیجه می‌شود که وقتی پایه‌های میز روی زمین قرار بگیرند، قسمت بالا موازی زمین خواهد بود.




## تابلویی از موزه لوور:

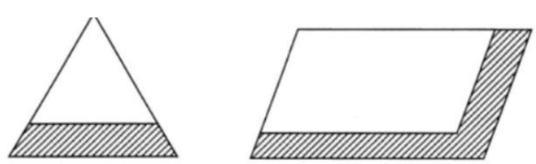
در تاریخی تابلویی از موزه لوور دزدیده شد. پلیس فرانسه دزد را پیدا کرد، اما هم‌زمان با پیداشدن دزد، تابلویی از موزه رُم دزدیده شد. پلیس فرانسه مشخصات دزد موزه لوور را برای پلیس ایتالیا فرستاد و دزد موزه رُم نیز پیدا شد. این مشخصات شامل خصوصیات غیرثابت مانند لباس و ریش و مو نبوده است. این مشخصات اجزای دقیق صورت بوده‌اند؛ چون نسبت عضوهای صورت افراد طی سال‌ها تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

## نسبت زرّین:

از نسبت زرین برای زیباسازی بیشتر معماری‌ها استفاده می‌شود. در ساختمان‌های یونان قدیم از این نسبت به‌صورت مکرر استفاده شده است و همچنین در فرانسه استفاده از این نسبت باعث چشمگیرشدن ساختمان‌ها شده است.

## عَلَم:

علم یک شکل مفروض است که اگر در وضع مناسب کنار شکل دیگر بگذاریم شکل جدید متشابه شکل اصلی خواهد بود. در شکل زیر قسمت‌های هاشورخورده را عَلَم می‌نامند.



## مستطیل زرّین:

مستطیل ABCD را در نظر می‌گیریم و روی ضلع بزرگ‌تر آن مربعی به نام CDEF را می‌سازیم. حال برای آن که مربع عَلَم مستطیل باشد باید حکم زیر برقرار باشد:

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AE}{EF}$$

اگر اندازه AB را برابر a و اندازه BC را برابر b در نظر بگیریم، فرمول زیر برقرار است:

$$\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}$$

حال به‌جای $\frac{a}{b}$ متغیر t را قرار می‌دهیم. اتحاد زیر حاصل می‌شود:

$$t^2-t-1=0$$

و ازآنجاکه اضلاع نمی‌توانند منفی باشند، پاسخ چنین خواهد بود:

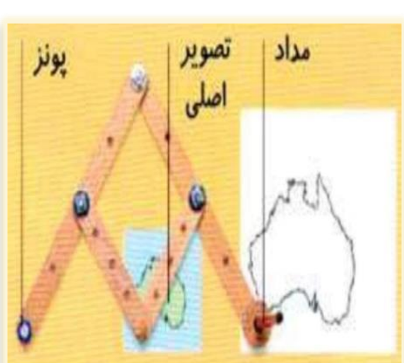
$$t=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$$

این یک عدد گنگ است که مقدار تقریبی آن ۱/۶۱۸ است به این نسبت، نسبت زرّین گفته می‌شود و به مستطیلی که نسبت دو ضلع آن برابر tباشد، مستطیل زرّین گفته می‌شود.

## پانتوگراف:

پانتوگراف یا نقاله متحرک یک دستگاه برای مقایسه داده‌ها است و با استفاده از آن می‌توان مقیاس‌ها را بزرگ یا کوچک کرد. چند کاربرد پانتوگراف کشیدن نقشه‌ها در مقیاس‌های معین، بریدن اشکال متشابه در اندازه‌های متفاوت روی فلز و متشابه‌سازی اشکال فضایی روی مجسمه و امثال آن است.

پانتوگراف دستگاهی است که همواره شکل متوازی‌الاضلاع خود را حفظ می‌کند و تعمیمی از قضیه تالس است. با این دستگاه، مجانس کشیدن بسیار راحت خواهد بود.



# نقوش هندسه معماری دوره اسلامی با رویکرد گره هندسی و معماری پارامتری

هندسه یکی از سه ابزار موردنیاز هنرمندی است که بخواهد اصل وحدت وجود را بیان کند. پیدایش نقوش هندسی در هنر ایران سابقه شش‌هزارساله دارد. می‌خواهیم در تحقیق حاضر ببینیم که این نقوش می‌تواند شامل چه مفاهیم رمزی باشد و هر نقش نماد چه چیزی در عالم هستی است؟

در هندسه هر کدام از اشکال با عددی متناظر قرار می‌گیرد که از نظر معنای رمزی با یکدیگر مطابقت دارند و این اعداد متناظر با ساختار نقوش هندسی است.

عدد یک می‌تواند اصل وحدت را ارائه دهد و اغلب به‌عنوان نماد خدا عرضه می‌شود و از نظر شکل بیانگر نقطه است، عدد دو اصل دوگانگی و نیروی کثرت را عرضه می‌کند و از نظر شکل به خط مطابقت دارد، عدد سه به‌عنوان یک مثلث اصل تثلیث را ارائه می‌دهد و با سطح مطابقت دارد، عدد چهار نخستین وجود متولد یعنی جهان طبیعت را ارائه می‌دهد و از نظر شکل مربع را می‌نماید.

### دایره

دایره یکی از رازآمیزترین نمادهای بشری و از بنیادی‌ترین نقوش به‌کار رفته در آثار کهن ایرانی است. این شکل نماد کمال، همگونی، یکدستی و نداشتن اضافات است.

### مربع و لوزی

مربع و لوزی یکی از بنیادی‌ترین نقوش هندسی هستند که نماد زمین، کمال ایستا، تغییرناپذیری و یکپارچگی‌اند. مربع نوع کامل مکان‌های محصور مثل باغ‌ها و حیاط‌ها است و پایندگی و استحکام را نمادین می‌سازد.

### چلیپا

چلیپا نماد عمل، ظهور، مدار و باززایش دائمی است. این نماد نشانه پیشرفت قوی واقعیت یا جهان است، بعضی آن را نماد خورشید دانسته و مفاهیمی مانند روشنایی، حاصلخیزی و خوشبختی را برای آن بیان کرده‌اند.

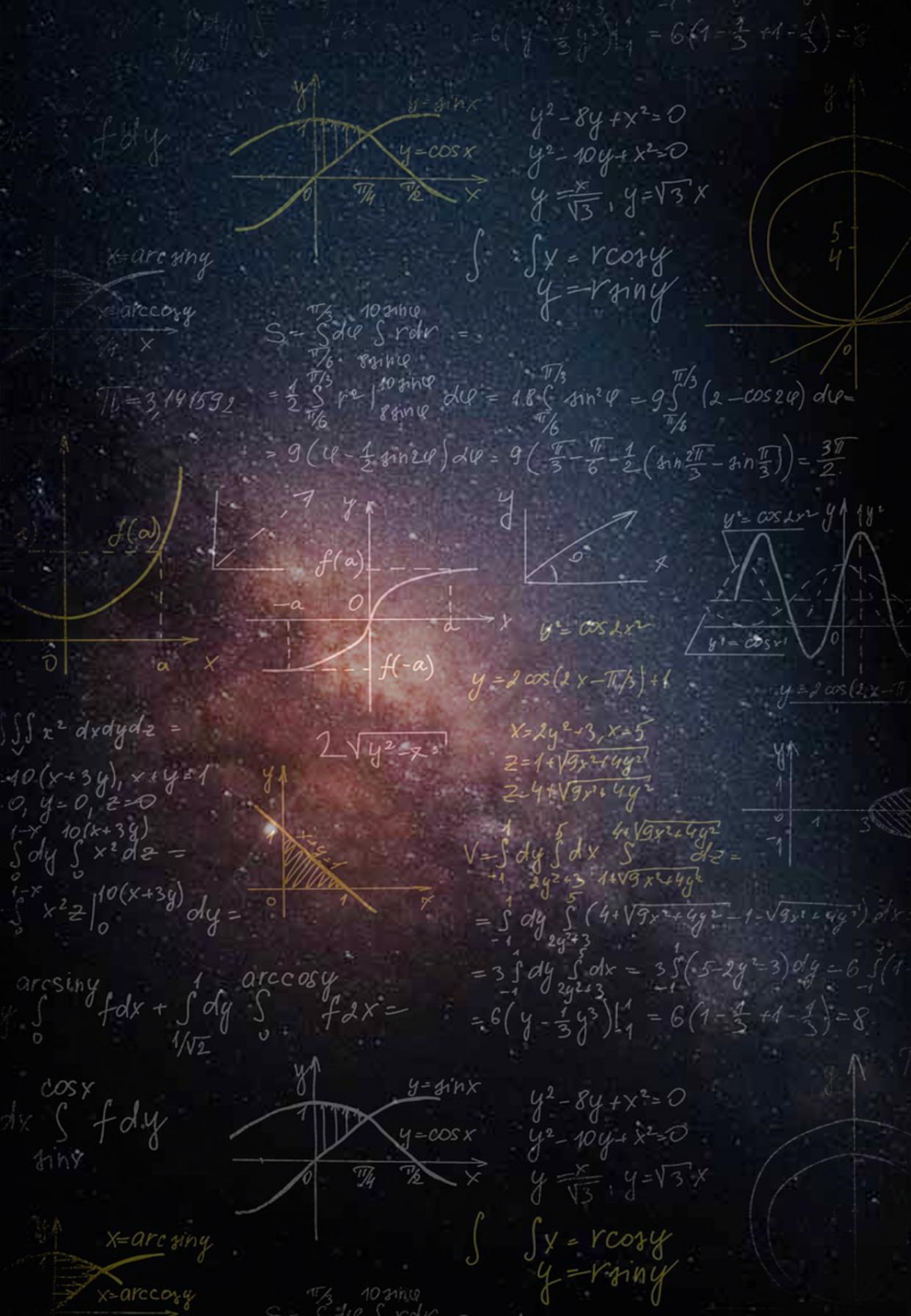
### گره

گره‌ها الگوهای هندسی پیچیده‌ای هستند که در کنار همدیگر قرار می‌گیرند، دارای قواعد مشخص هستند و سطوح را پر می‌کنند. گره‌ها را به‌عنوان شطرنج معماران می‌دانند؛ زیرا هر معماری که خیلی متبحر و بر کارش مسلط باشد، دست به طراحی گره می‌زند. برای همین ایجاد گره کار ساده‌ای نیست که هرکسی بتواند آن را خلق کند.

### پارامتریسیسم

پارامتریسیسم یا آنچه در حوزه معماری، معماری پارامتریک یاد می‌شود، به تعبیر یکی از اصیل‌ترین بنیان‌گذاران آن پاتریک شوماخر، درصدد است تا تزئینات را به‌گونه‌ای دیگر باز تولید کند و با استفاده از روند ریاضی‌وار و سیستماتیکی که به کمک نرم‌افزارهای مبتنی بر برنامه‌نویسی حاصل شده است، جریان غالب معماری جهان را تحت‌تأثیر قرار دهد. لازم به ذکر است که این شاخه از معماری، خود زاده دنیای صنعتی و نظام سرمایه‌داری است.

فائزه محمدی



y = sin x
y = cos x
y² − 8y + x² = 0
y² − 10y + x² = 0
x = arcsin y
x = arccos y
x = r cos y
y = r sin y
π = 3,141592
f(a)
f(−a)
y² = cos 2x²
y = 2 cos(2x − π/3) + 1
x = 2y² + 3, x = 5